ГЕОМЕТРИЯ

ФГОС

УМК

Т. М. Мищенко

Рабочая тетрадь по геометрии

К учебнику Л. С. Атанасяна и др. «Геометрия. 7–9 классы»

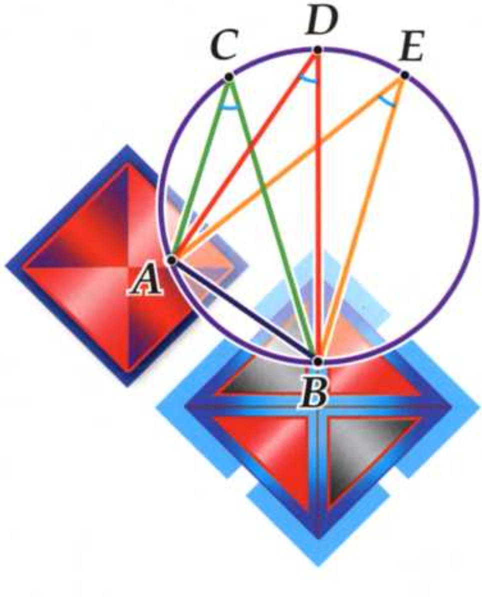
учени __________ класса ________

__________ школы ____________

____

____

8 класс



ЭКЗАМЕН

Учебно-методический комплект

Т. М. Мищенко

РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ по геометрии

К учебнику Л. С. Атанасяна и др.
«Геометрия. 7–9 классы» (М. : Просвещение)

8 класс

Издательство
«ЭКЗАМЕН»
МОСКВА • 2016

УДК 373:514
ББК 22.151я72
М71

Имя автора и название цитируемого издания указаны на титульном листе данной книги (ст. 1274 п. 1 части четвертой Гражданского кодекса Российской Федерации).

Изображение учебного издания «Геометрия. 7–9 классы: учеб. для общеобразоват. организаций / [Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и др.] — 5-е изд. — М. : Просвещение» приведено на обложке данного издания исключительно в качестве иллюстративного материала (ст. 1274 п. 1 части четвертой Гражданского кодекса Российской Федерации).

Мищенко Т. М.

М71 Рабочая тетрадь по геометрии: 8 класс: к учебнику Л. С. Атанасяна и др. «Геометрия. 7–9 классы». ФГОС (к новому учебнику) / Т. М. Мищенко. — М. : Издательство «Экзамен», 2016. — 110, [2] с. (Серия «Учебно-методический комплект»)

ISBN 978-5-377-09920-8

Данное пособие полностью соответствует федеральному государственному образовательному стандарту (второго поколения).

Пособие является необходимым дополнением к учебнику Л. С. Атанасяна и др. «Геометрия. 7–9 классы» (издательство «Просвещение»), рекомендованному Министерством образования и науки Российской Федерации и включенному в Федеральный перечень учебников.

Рабочая тетрадь для 8-го класса к учебнику Л. С. Атанасяна и др. «Геометрия. 7–9 классы» рекомендуется для организации учебной деятельности учащихся на уроках и дома.

Предлагаемые в рабочей тетради задания удовлетворяют требованиям, предъявляемым ФГОС, как к обязательному уровню, так и повышенному уровню сложности. Форма заданий соответствует форме заданий основного государственного экзамена (ОГЭ).

Использование рабочей тетради в учебном процессе позволит осуществить: во-первых, достижение каждым учеником уровня обязательной геометрической подготовки, и, во-вторых, сформировать у учащихся умение применять полученные знания как в стандартных ситуациях, так и в несколько отличных от обязательного уровня.

Использование рабочей тетради позволяет сэкономить время учителя при подготовке к уроку, а также время и на самом уроке и выполнить большее число заданий с записью в тетради. А у школьников будет хороший конспект по курсу 8-го класса, который, несомненно, поможет лучшему усвоению свойств плоских фигур, методов решения задач. Кроме того, рабочая тетрадь будет полезна и родителям, которые смогут следить за уровнем теоретических знаний своего ребенка и его умением решать задачи.

Приказом № 729 Министерства образования и науки Российской Федерации учебные пособия издательства «Экзамен» допущены к использованию в общеобразовательных организациях.

УДК 373:514
ББК 22.151я72

Подписано в печать 09.12.2015. Формат 70x100/16. Гарнитура «Школьная».
Бумага офсетная. Уч.-изд. л. 4,17. Усл. печ. л. 9,1. Тираж 10 000 экз. Заказ № 5507/15.

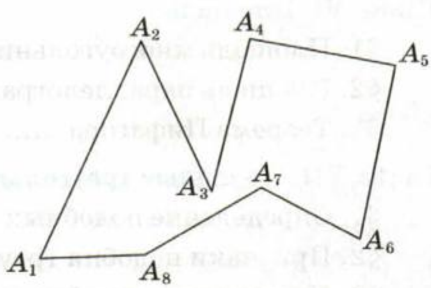
ISBN 978-5-377-09920-8

Оглавление

Глава V. Четырехугольники

§ 1 Многоугольники

1



По рисунку ответьте на вопросы:
1. Назовите вершины многоугольника.

Ответ: Вершины: ______

______

2. Назовите стороны многоугольника.

Ответ: Стороны: ______

______

3. Проведите три диагонали.

Ответ: Диагонали: ______

Сформулируйте определение периметра многоугольника.
Периметром многоугольника называется ______

______

2

Найдите периметр многоугольника $A_1A_2A_3A_4A_5$, где A_1, A_2 и A_3 — вершины прямоугольника, стороны которого равны 6 см и 8 см, A_4 — точка пересечения диагоналей, A_5 — середина стороны.

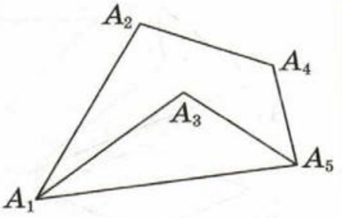
Решение

______
______
______
______
______

Используя неравенство треугольника, решите следующие задачи.

3

Докажите, что периметр многоугольника $A_1A_2A_4A_5$ больше периметра многоугольника $A_1A_3A_5$.

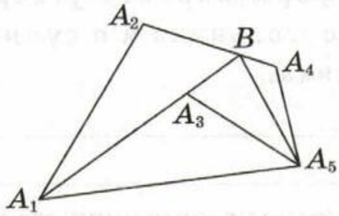


Дано: $A_1A_2A_4A_5$ *— многоугольник;*
$A_1A_3A_5$ *— многоугольник.*

Доказать: $P_{A_1A_2A_4A_5} > P_{A_1A_3A_5}$.

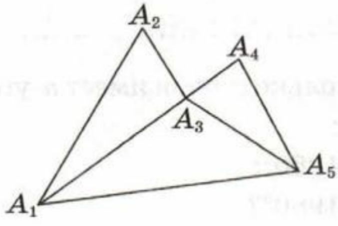
Доказательство

Сделаем дополнительное построение.
Продлим сторону A_1A_3 до пересечения со стороной A_2A_4 в точке B, и соединим точку B с вершиной A_5. Из ΔA_1A_2B в силу неравенства треугольника: $A_1A_2 + A_2B > A_1A_3 + A_3B$; из ΔA_3BA_5 следует $A_3B + BA_5 > A_5A_3$. Сложим почленно полученные неравенства $A_3B + BA_5 + A_1A_2 + A_2B > A_5A_3 + A_1A_3 + A_3B$. Отсюда $BA_5 + A_1A_2 + A_2B > A_5A_3 + A_1A_3$. Из ΔA_4BA_5 следует $A_4B + A_4A_5 > BA_5$. Значит, $A_4B + A_4A_5 + A_1A_2 + A_2B > A_5A_3 + A_1A_3$, т.е. $A_1A_2 + A_2A_4 + A_4A_5 > A_5A_3 + A_1A_3$. Таким образом, $A_1A_2 + A_2A_4 + A_4A_5 + A_1A_5 > A_5A_3 + A_1A_3 + A_1A_5$, т.е. $P_{A_1A_2A_4A_5} > P_{A_1A_3A_5}$.



4

Докажите, что периметр многоугольника $A_1A_2A_3A_4A_5$ больше периметра многоугольника $A_1A_3A_5$.



Дано: ____________________

____

Доказать: ____________________

Доказательство

____

____

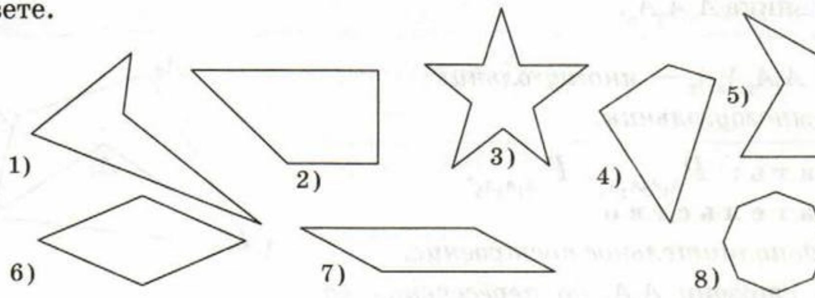
Сформулируйте определение n-угольника.

N-угольником называется ____________________

____

5

Укажите на рисунке *выпуклые* многоугольники и запишите их номера в ответе.



Ответ: ____________________

Сформулируйте утверждения: о сумме углов выпуклого многоугольника и о сумме внешних углов выпуклого многоугольника.

____

____

Сумма углов выпуклого n-угольника равна ____________________

6

Вычислите сумму углов выпуклого (Дайте развернутый ответ):

а) пятиугольника; *Ответ:* ____________________

б) девятиугольника. *Ответ:* ____________________

7

Сколько сторон имеет n-угольник, если сумма его внутренних углов равна:

а) 1260°; *Ответ:* ____________________

б) 1980°? *Ответ:* ____________________

8

Может ли в n-угольнике сумма его внутренних углов равняться:

а) 360°; *Ответ:* ____________________

б) 380°? *Ответ:* ____________________

9

Начертите четырехугольник. Обозначьте его вершины.

Четырехугольник ______________

1. Укажите противолежащие вершины.

Ответ: ______________

2. Укажите две пары смежных сторон.

Ответ: ______________

3. Проведите диагонали.

Ответ: *Диагонали* ______________

10

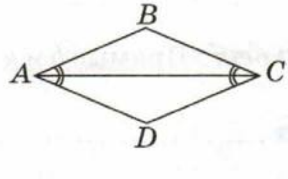
В четырехугольнике $ABCD$ соседние стороны AB и AD равны. Диагональ AC образует с этими сторонами равные углы. По какому признаку равенства треугольников $\Delta ABC = \Delta ADC$?

Ответ: ______________

____

11

В четырехугольнике $ABCD$ диагональ AC образует со сторонами четырехугольника равные углы. По какому признаку равенства треугольников $\Delta ABC = \Delta ADC$?

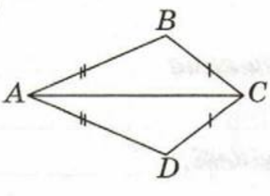


Ответ: ______________

____

12

Известно, что в четырехугольнике $ABCD$ $AB = AD$ и $BC = CD$. По какому признаку равенства треугольников $\Delta ABC = \Delta ADC$?



Ответ: ______________

____

13

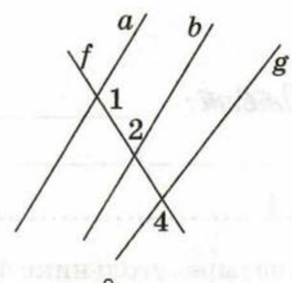
Диагонали четырехугольника, пересекаясь, делятся пополам. Одна из сторон четырехугольника равна 3 см. Чему равна противоположная ей сторона четырехугольника?

Решение

Ответ:

14

По рисунку ответьте на вопросы:



1. Параллельны ли прямые a и b, если $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$?

Ответ: Прямые a и b

2. Параллельны ли прямые a и g, если $\angle 1 + \angle 4 = 180^\circ$?

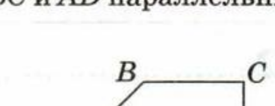
Ответ: Прямые a и g

3. Параллельны ли прямые b и g, если $\angle 2 = 58^\circ$, а $\angle 4 = 74^\circ$?

Ответ: Прямые b и g

15

Известно, что в четырехугольнике $ABCD$ прямые BC и AD параллельны, $\angle A = 53^\circ$. Найдите градусную меру $\angle B$.



Дано:

Найти:

Решение

Ответ:

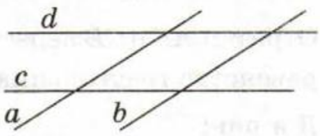
§ 2 Параллелограмм и трапеция

Сделайте необходимый рисунок и сформулируйте определение параллелограмма.

Параллелограммом называется ______
____
____
____
____
____

16

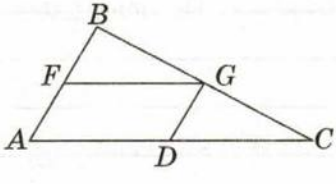
При пересечении двух прямых a и b прямыми c и d образуется четырехугольник $ABCD$. Определите, в каком случае четырехугольник является параллелограммом.



Ответ: а) $a \parallel b$, $c \nparallel d$; б) $a \parallel b$, $c \parallel d$; в) $a \nparallel b$, $c \nparallel d$.

17

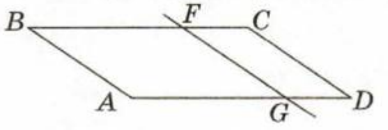
В треугольнике ABC параллельно сторонам AB и AC проведены прямые DG и FG. Определите вид четырехугольника $AFGD$.



Ответ: Четырехугольник $AFGD$ — ________________________________.

18

В параллелограмме $ABCD$ параллельно стороне AB проведена прямая FG. Определите вид четырехугольника $ABFG$.

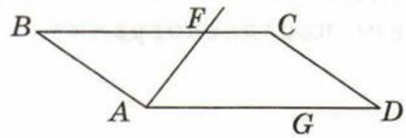


Ответ: Четырехугольник $ABFG$ —

____.

19

В параллелограмме $ABCD$ проведена биссектриса угла A, которая пересекает сторону BC в точке F. Докажите, что треугольник ABF равнобедренный.



Дано: ______________________

____

Доказать: ______________________

Доказательство

____

____

____

____

20

Отрезки AB и CD пересекаются в точке F и делятся ею пополам. Докажите равенство треугольников ACF и BDF.

Дано: ______________________

____

Доказать: ______________________

Доказательство

____

____

____

____

Сделайте необходимый рисунок и сформулируйте свойство противоположных сторон и углов параллелограмма.

____

____

____

____

21

Стороны AB и BC параллелограмма $ABCD$ равны 9 см и 6 см. Чему равны стороны CD и AD? (Решите устно.)

Ответ: CD = ________ см; AD = ________ см.

22

Стороны AB и BC параллелограмма $ABCD$ равны 9 см и 6 см. Чему равен периметр параллелограмма $ABCD$? (Решите устно.)

Ответ: P_{ABCD} = ____________________

23

Периметр параллелограмма равен 28 см, одна из сторон параллелограмма равна 9 см. Определите все стороны параллелограмма. (Решите устно.)

Ответ: AB = ________ см; BC = ________ см; CD = ________ см; AD = ________ см.

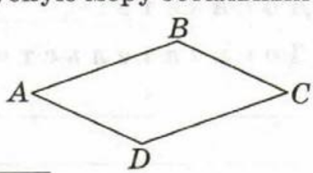
24

Периметр параллелограмма равен 38 см. Чему равна сумма двух соседних сторон параллелограмма? (Решите устно.)

Ответ: ____________________

25

В параллелограмме $ABCD$ $\angle A = 43^\circ$. Найдите градусную меру остальных углов параллелограмма. (Решите устно.)



Ответ: $\angle B$ = ________; $\angle C$ = ________; $\angle D$ = ________

26

В параллелограмме сумма двух противоположных углов равна 132°. Найдите градусную меру каждого из этих углов. (Решите устно.)

Ответ: ____________________

27

В параллелограмме сумма двух углов равна 120°. Могут ли эти углы прилежать к одной стороне параллелограмма? (Дайте развернутый ответ.)

Ответ: ______________________________

____

____

28

Известно, что в параллелограмме один угол на 12° меньше другого. Могут ли эти углы быть противоположными? (Дайте развернутый ответ.)

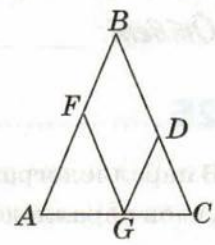
Ответ: ______________________________

____

____

29*

В равнобедренный треугольник вписан параллелограмм так, что угол параллелограмма совпадает с углом при вершине треугольника, а вершина противоположного угла лежит на основании треугольника. Докажите, что периметр параллелограмма есть величина постоянная для данного треугольника.



Дано: ______________________________

____

Доказать: ______________________________

Доказательство

____

____

____

____

____

____

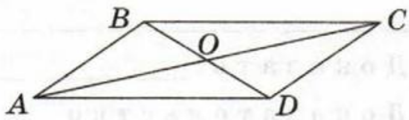
____

____

Сделайте необходимый рисунок и сформулируйте свойство диагоналей параллелограмма.

30

В параллелограмме $ABCD$ диагональ BD равна 12 см. O — точка пересечения диагоналей параллелограмма. Чему равен отрезок DO? (Решите устно.)



Ответ: DO = ________ см.

31

Диагонали параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке O. Чему равна диагональ AC, если отрезок $AO = 9$ см? (Решите устно.)

Ответ: AC = ________ см.

32

Сторона AD параллелограмма $ABCD$ равна 9 см, а его диагонали равны 14 см и 10 см. O — точка пересечения диагоналей. Чему равен периметр ΔAOD? (Решите устно.)

Ответ: $P_{\Delta AOD}$ = ________ см.

33

В параллелограмме $ABCD$ диагонали равны, O — точка пересечения диагоналей. Докажите, что ΔAOD — равнобедренный.

Дано: ________

Доказать: ________

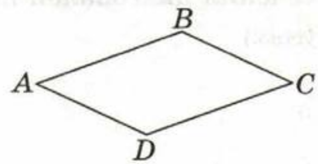
Доказательство

34

Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая сторону AD в точке K, а сторону CB в точке L. Докажите, что $AK = CL$. (Дополните рисунок.)

Дано:

Доказать:



Доказательство

Сделайте необходимые рисунки и сформулируйте признаки параллелограмма.

1.

2.

3. ______________________________________

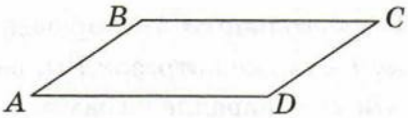
____

____

____

35

На сторонах AD и BC параллелограмма $ABCD$ отложены равные отрезки AE и FC. Докажите, что четырехугольник $AFCE$ — параллелограмм.



Дано: ______________________________

____

Доказать: ______________________________

Доказательство

____

____

____

____

36

Два равных равнобедренных треугольника ABD с основанием AD и BDC с основанием BC имеют общую боковую сторону. Докажите, что четырехугольник $ABCD$ — параллелограмм.

Дано: ______________________________

____

Доказать: ______________________________

Доказательство

____

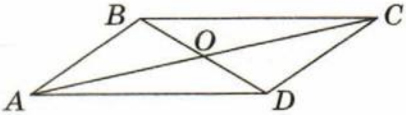
____

____

____

37

В четырехугольнике $ABCD$ $AC = 12$ см; $BD = 8$ см; $BO = 4$ см; $AO = 6$ см. Определите вид четырехугольника $ABCD$.



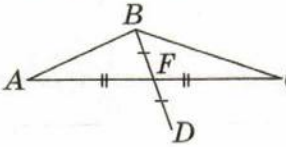
Ответ: Четырехугольник $ABCD$ — ______________________

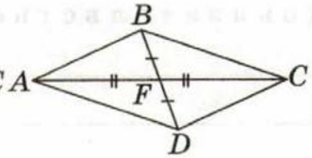
38

В треугольнике ABC проведена медиана BF. На ее продолжении за точку F отложен отрезок FD, равный BF. Докажите, что четырехугольник $ABCD$ — параллелограмм.

Дано: BF — медиана $\angle ABC$.
$FD = BF$

Доказать: $ABCD$ — параллелограмм.





Доказательство

$AF = CF$, так как BF — медиана $\angle ABC$.
$FD = BF$ по условию.
Значит, в четырехугольнике $ABCD$ диагонали AC и BD пересекаются и точкой пересечения F делятся пополам. Следовательно, по признаку параллелограмма четырехугольник $ABCD$ — параллелограмм.

Внимательно посмотрите решение задачи № 38. Решите задачи № 39, 40 самостоятельно.

39

В треугольнике ABC стороны AB и BC продолжены за точку B. На их продолжении отложены отрезки: $BF = AB$ и $BD = CB$. Докажите, что четырехугольник $ADFC$ — параллелограмм.

Дано: ______________________

____

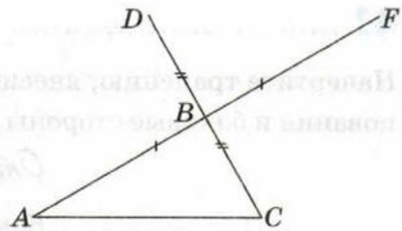
Доказать: ______________________________

Доказательство

____

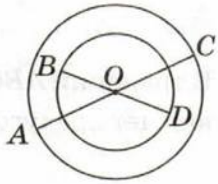
____

____



40

В каждой из двух концентрических окружностей проведены диаметры AC и BD соответственно. Докажите, что четырехугольник $ABCD$ — параллелограмм.



Дано: O — центр концентрических окружностей.
AC — диаметр большей окружности;
BD — диаметр меньшей окружности.

Доказать: $ABCD$ — параллелограмм.

Доказательство

____

____

____

____

Сделайте необходимые рисунки и сформулируйте определения трапеции и связанных с трапецией понятий.

Трапецией называется ______________________________

____

Равнобедренной трапецией называется ______________________________

____

Прямоугольной трапецией называется ______________________________

____

41

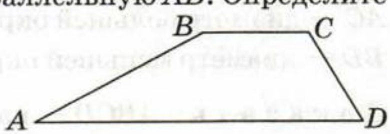
Начертите трапецию, внесите обозначения на чертеж и запишите ее основания и боковые стороны.

Ответ: *Основания трапеции:* ______ и ______

Боковые стороны трапеции: ______ и ______

42

В трапеции $ABCD$ проведите прямую CF, параллельную AB. Определите вид четырехугольника $ABCF$.



Ответ: Четырехугольник $ABCF$ — ____________

43

В трапеции $ABCD$ углы, прилежащие к стороне AD, равны 74° и 81°. Определите углы, прилежащие к стороне BC. (Решите устно.)

Ответ: $\angle ABC =$ ________; $\angle BCD =$ ________

Задачи №388 и 389 из учебника (глава V, §2) содержат обратные утверждения. Используйте результаты их решения в ходе решения следующей задачи.

44

В равнобедренной трапеции $ABCD$ к основанию AD проведены перпендикуляры BM и CK. Докажите, что треугольники ABM и DCK равны. (Дополните рисунок.)

Дано: ____________

Доказать: ____________

Доказательство

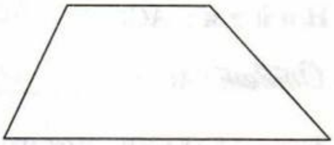
45

Диагональ трапеции является биссектрисой одного из ее углов. Докажите, что две стороны этой трапеции равны. (Дополните рисунок.).

Дано: ______________________

____

Доказать: ______________________



Доказательство

____

____

____

Внимательно посмотрите формулировку задачи № 385 из учебника (глава V, §2) и решите устно следующие задачи, используя данные чертежа.

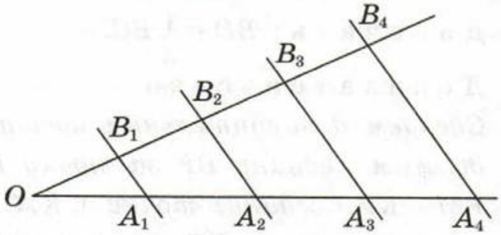
46

Дано: $OA_1 = A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4$

$A_1B_1 \parallel A_2B_2 \parallel A_3B_3 \parallel A_4B_4$;

$OB_4 = 28$ см

Найти: OB_1; OB_2; OB_3.



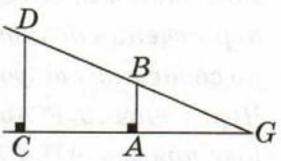
Ответ: $OB_1 =$ ____ см; $OB_2 =$ ____ см; $OB_3 =$ ____ см.

47

Дано: $\angle DCG = \angle BAG = 90^\circ$;

$GB = BD = 7$ см; $AC = 4$ см.

Найти: AG.



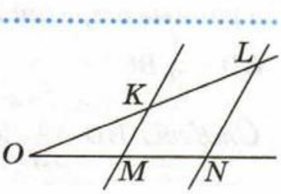
Ответ: $AG =$ ________ см.

48

Дано: $\angle KMO = \angle LNO = 116^\circ$;

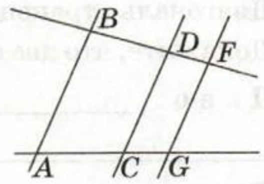
$OM = MN = 8$ см; $OK = 13$ см.

Найти: KL.



Ответ: $KL =$ ________ см.

49



Д а н о : $AB \parallel CD \parallel FG$;
$CG = 4$ см; $DF = 5$ см; $BD = 10$ см.

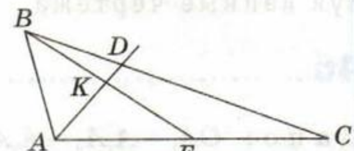
Н а й т и : AC.

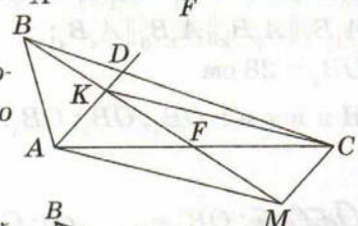
Ответ: $AC =$ ______________ см.

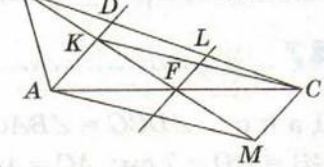
Внимательно посмотрите решение задачи № 50*(№ 431 из учебника (глава V, §2)), это поможет при решении задачи № 432 из учебника (глава V, §2).

50*

(№ 431 учебника). Точка K — середина медианы BF треугольника ABC. Прямая AK пересекает сторону BC в точке D. Докажите, что $BD = \frac{1}{3} BC$.







Д а н о : *BF — медиана; $BK = KF$;*
$D \in BC$

Д о к а з а т ь : $BD = \frac{1}{3} BC$.

Д о к а з а т е л ь с т в о

Сделаем дополнительные построения. Продолжим медиану BF за точку F так, что $FM = KF$. Соединим точки A, K, C и M.
$AF = FC$, так как BF — медиана; $FM = KF$ по построению. Следовательно, полученный четырехугольник является параллелограммом, так как его диагонали AC и KM точкой пересечения делятся пополам. Значит, по свойству сторон параллелограмма $AK \parallel MC$.
Через точку F проведем прямую FL, параллельную AK. Параллельные прямые AD, FL и MC пересекают стороны $\angle MBC$ и отсекают на стороне BM равные отрезки $BK = KF = FM$. Значит, они отсекают и равные отрезки $BD = DL = LC$ на стороне BC. Отсюда следует, что $BD = \frac{1}{3} BC$.

Ответ: $BD = \frac{1}{3} BC$.

§ 3 Прямоугольник, ромб, квадрат

Сделайте необходимый рисунок и сформулируйте определение прямоугольника:

Прямоугольником называется ______________________

____

____

____

____

____

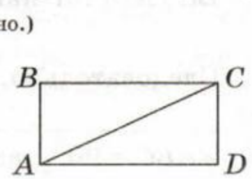
Так как прямоугольник является параллелограммом по определению, то все свойства параллелограмма справедливы и для прямоугольника:

– диагонали прямоугольника пересекаются и точкой пересечения делятся пополам;

– противоположные стороны прямоугольника равны и параллельны.

51

В прямоугольнике $ABCD$ диагональ AC образует со стороной AD угол, равный 37°. Найдите градусную меру $\angle ACD$. (Решите устно.)



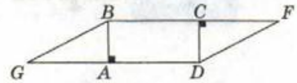
Ответ: $\angle ACD =$ ______________

52

В параллелограмме из вершин двух противоположных углов на противоположные стороны опущены перпендикуляры. Докажите, что полученный четырехугольник — прямоугольник.

Дано: $GBFD$ — параллелограмм;
$BA \parallel GD$; $DC \parallel BF$

Доказать: $ABCD$ — прямоугольник.



Доказательство

$BC \parallel AD$, так как $GBFD$ — параллелограмм;

$BA \parallel DC$, так как они перпендикулярны прямой GD.

$\angle BAD = 90^\circ$, так как $BA \parallel GD$. $\angle BCD = 90^\circ$, так как $DC \parallel BF$.

$\angle ABC = 90^\circ$, так как $\angle BAD$ и $\angle ABC$ — односторонние углы при $BF \parallel GD$ и секущей AB.

$\angle CDA = 90^\circ$, так как $\angle CDA$ и $\angle BCD$ — односторонние углы при $BF \parallel GD$ и секущей DC.

Следовательно, $ABCD$ — параллелограмм, у которого все углы равны. Значит, $ABCD$ — прямоугольник.

53

Докажите что если в четырехугольнике три угла прямые, то он является прямоугольником.

Дано: $\angle BAD = \angle CDA = \angle BCD = 90^\circ$

Доказать: $ABCD$ — прямоугольник.

Доказательство

$BA \parallel DC$, так как ______________________________

$BC \parallel AD$, так как ______________________________

Следовательно, $ABCD$ —
____

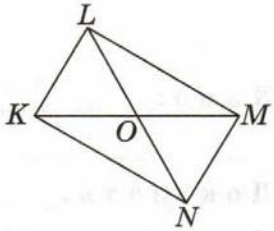
$\angle ABC = 90^\circ$, так как
____

$\angle BAD = \angle CDA = \angle BCD = \angle ABC = 90^\circ$
____

Следовательно, $ABCD$ — ______________________________

54

В параллелограмме $KLMN$ каждый из углов LKM и MNL равен 57°. Определите, является ли параллелограмм $KLMN$ прямоугольником.



Дано: ______________________

____

Найти: ______________________

Решение

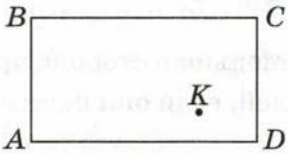
____

____

____

55

Периметр прямоугольника равен 17 см. Найдите сумму расстояний от точки K до всех его сторон.



Дано: ______________________

____

Найти: ______________________

Решение

____

____

____

____

____

Ответ: ______________________.

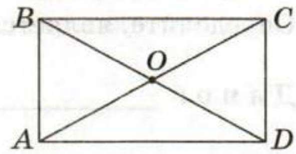
Сформулируйте свойство диагоналей прямоугольника.

____

____

56

Диагонали прямоугольника $ABCD$ пересекаются в точке O. Докажите, что ΔAOB — равнобедренный.



Дано: ______

______

Доказать: ______

Доказательство

______

______

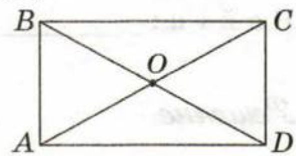
______

______

______

57

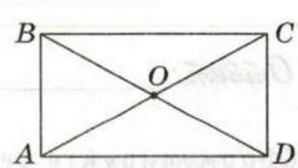
Меньшая сторона прямоугольника равна 6 см. Найдите длины диагоналей, если они пересекаются под углом 60°. (Решите устно.)



Ответ: ______.

58

Четырехугольник $ABCD$ — прямоугольник. O — точка пересечения диагоналей. Докажите, что отрезок BO является медианой ΔABC.



Дано: $ABCD$ — прямоугольник,

O — точка пересечения диагоналей.

Доказать: BO — медиана ΔABC.

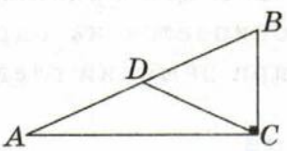
Доказательство

______

Результат, полученный при решении задачи № 58, используйте при решении задачи № 404 из учебника (глава V, §3).

59 (№404 учебника)

Докажите, что медиана прямоугольного треугольника, проведенная к гипотенузе, равна половине гипотенузы.



Дано:

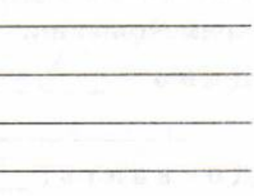
Доказать:

Доказательство

Сформулируйте признак прямоугольника.

60

В параллелограмме $KLMN$ отрезки LO и MO равны. Определите, является ли параллелограмм $KLMN$ прямоугольником.



Дано:

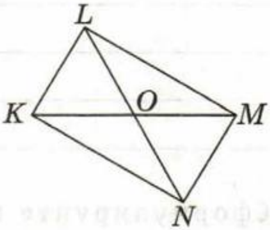
Доказать:

Доказательство

В задачах № 399 и 400 из учебника (глава V, §3) сформулированы два признака прямоугольника, доказательство которых опирается на определение прямоугольника. Используйте их при решении следующих задач.

61

В параллелограмме $KLMN$ диагональ KM образует со сторонами KL и ML углы, соответственно равные 32° и 58°. Докажите, что $KLMN$ — прямоугольник.



Дано:

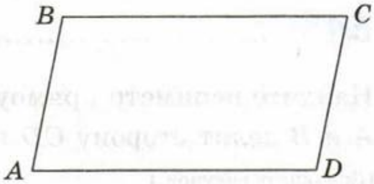
Доказать:

Доказательство

При решении задачи №428 учебника (глава V, §3) полезно воспользоваться свойствами биссектрис накрест лежащих и внутренних односторонних углов при параллельных прямых.

62

(№ 428 учебника). В параллелограмме, смежные стороны которого не равны, проведены биссектрисы углов. Докажите, что при их пересечении образуется прямоугольник.



Дано: ______________________________

____

____

____

Доказать: ______________________________

Доказательство

____

____

____

____

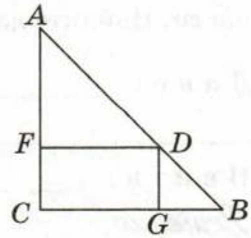
____

____

____

63*

В прямоугольный равнобедренный треугольник вписан прямоугольник так, что угол прямоугольника совпадает с углом при вершине треугольника, а вершина противоположного угла лежит на гипотенузе. Докажите, что периметр прямоугольника есть величина постоянная для данного треугольника.



Дано: ______________________________

____

Доказать: ______________________________

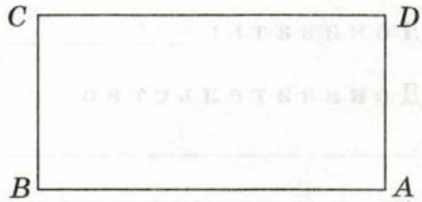
Доказательство

____

____

64*

Найдите периметр прямоугольника $ABCD$, если биссектрисы его углов A и B делят сторону CD на три равные части, длина каждой — 4 см. (Дополните рисунок.)



Дано: ______________________

____

Найти: ______________________

Решение

____

____

____

____

____

Ответ: Периметр прямоугольника $ABCD$ = ______________

65*

Стороны прямоугольника равны 11 см и 4 см. Биссектрисы углов, прилежащих к большей стороне, делят противоположную сторону на три части. Найдите длины этих частей.

Дано: ______________________

____

Найти: ______________________

Решение

____

____

Ответ:

Задача № 66 является вариантом задачи № 65, поэтому обратите внимание на выполнение чертежа.

66*

Стороны прямоугольника равны 5 см и 4 см. Биссектрисы углов, прилежащих к большей стороне, делят противоположную сторону на три части. Найдите длины этих частей.

Дано:

Найти:

Решение

Ответ:

67*

В условии задачи № 66 измените длины сторон так, чтобы длина среднего отрезка равнялась 0 см, запишите новое условие задачи.

Дано:

Найти:

Решение

Ответ:

Сделайте необходимый рисунок и сформулируйте определение ромба.

Ромбом называется ______________________

____

____

Так как ромб является параллелограммом по определению, поэтому все свойства параллелограмма справедливы и для ромба:

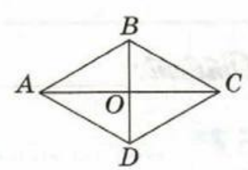
– диагонали ромба пересекаются и точкой пересечения делятся пополам;
– противоположные стороны ромба параллельны.

68

Решите устно:

а) Периметр ромба $ABCD$ равен 56 см. Найдите его сторону.

Ответ: ______________________.



б) Один из углов ромба $ABCD$ равен 72°.
Найдите углы ромба.

Ответ: $\angle A =$ ______; $\angle B =$ ______; $\angle C =$ ______;
$\angle D =$ ______

в) Диагонали ромба $ABCD$ равны: $AC = 16$ см и $BD = 12$ см. Найдите отрезки OD и OC.

Ответ: $OD =$ ______ см; $OC =$ ______ см.

69

В ромбе $ABCD$ проведена диагональ AC. Докажите, что треугольник ABC — равнобедренный.

Дано: ______________________

Доказать: ______________________

Доказательство

70

Докажите, что четырехугольник, у которого все стороны равны, является ромбом.

Дано:

Доказать:

Доказательство

Используйте сформулированный в задаче № 70 признак ромба при решении следующей задачи. В задаче № 408 из учебника (глава V, §3) сформулированы еще два признака ромба. Используйте их при решении задач.

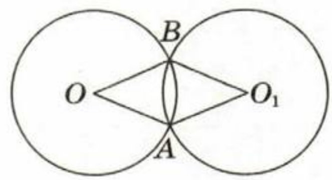
71

Две окружности с центрами в точках O и O_1 и равными радиусами пересекаются в точках A и B. Докажите, что четырехугольник AO_1BO — параллелограмм.

Дано: ______________________________

____

Доказать: ______________________________



Доказательство

____

____

____

____

____

Сделайте необходимый рисунок и сформулируйте свойство диагоналей ромба.

____

____

____

____

____

____

72

В ромбе $ABCD$ угол BAD равен 50°. Найдите углы треугольника ABD.

(Решите устно.)

Ответ: $\angle ABD =$ ________; $\angle BDA =$ ________; $\angle BDA =$ ________.

73

В ромбе $ABCD$ угол BAD равен 46°. Найдите углы треугольника AOD.

(Решите устно.)

Ответ: $\angle ADO =$ ________; $\angle OAD =$ ________; $\angle DOA =$ ________.

При решении следующей задачи полезно воспользоваться свойством прямоугольного треугольника (глава IV, §3 пункт 34, 2*).

74

Сторона ромба равна 18 см, а один из углов равен 150°. Найдите расстояние между его противоположными сторонами.

Дано: ____________________

____

Найти: ____________________

____

Решение

____

____

Ответ: ____________________.

75

Нарисуйте четырехугольник, у которого диагонали перпендикулярны, но который не является ромбом.

Сформулируйте определение квадрата:

Квадратом называется ____________________

____

____

Так как квадрат является одновременно и прямоугольником, и ромбом по определению, то все свойства параллелограмма и ромба справедливы для квадрата:

– все углы квадрата прямые;

– диагонали квадрата равны;

– диагонали квадрата взаимно перпендикулярны и точкой пересечения делятся пополам;

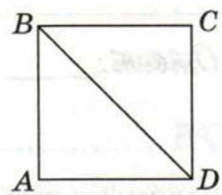
– диагонали квадрата являются биссектрисами его углов.

76

Периметр квадрата равен 28 см. Найдите его сторону. (Решите устно.)

Ответ: ______________________________ .

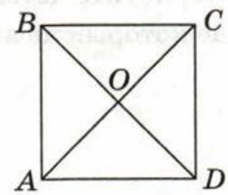
77



В квадрате $ABCD$ проведена диагональ BD. Определите:

1. Вид треугольника ABD. (Решите устно.)

Ответ: ΔABD — ______________________________ .



2. Углы ΔABD. (Решите устно.)

Ответ: $\angle ABD =$ ______; $\angle BDA =$ ______; $\angle DAB =$ ______.

78

В квадрате $ABCD$ проведены диагонали BD и AC.

1. Определите вид треугольника AOD. (Решите устно.)

Ответ: ΔAOD — ______________________________ .

2. Определите углы ΔAOD. (Решите устно)

Ответ: $\angle AOD =$ ______; $\angle ODA =$ ______; $\angle DAO =$ ______.

3. Найдите диагональ BD, если диагональ $AC = 6$ см. (Решите устно.)

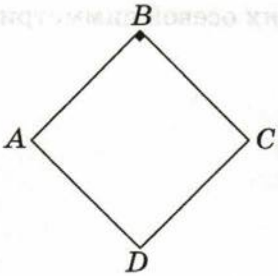
Ответ: $BD =$ ______________________ .

79 (№ 409 из учебника, глава V, § 3).

Докажите, что ромб, у которого один угол прямой, является квадратом.

Дано: $ABCD$ — ромб;

$\angle ABC$ — прямой.



Доказать: $ABCD$ — квадрат

Доказательство

Так как $ABCD$ — ромб, значит, $ABCD$ — параллелограмм, у которого $\angle ABC$ — прямой. Следовательно, в силу результата решения задачи № 399 (учебник, глава V, § 3), параллелограмм $ABCD$ является прямоугольником. А прямоугольник, у которого все стороны равны ($ABCD$ — ромб), по определению является квадратом. Следовательно, $ABCD$ — квадрат.

В задаче № 408 (учебник, глава V, §3) сформулированы признаки ромба, используйте один из них при решении следующей задачи.

80

Докажите, что прямоугольник, у которого диагонали взаимно перпендикулярны, является квадратом.

Дано: ______________________

____

Доказать: ______________________

Доказательство

____

____

____

____

____

____

81

Нарисуйте несколько треугольников и четырехугольников, обладающих осевой симметрией.

82

Какой треугольник имеет три оси симметрии?

Ответ: ______________________________ .

83

Нарисуйте несколько четырехугольников, обладающих центральной симметрией.

84

Сколько осей симметрии имеет окружность?

Ответ: ______________________________ .

85

Нарисуйте несколько фигур, не имеющих:

а) центральной симметрии;

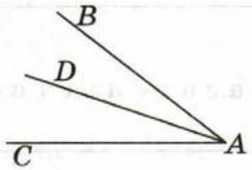
б) осевой симметрии.

а)

б)

86

Докажите, что биссектриса угла является его осью симметрии.



Дано: ______________________

____

Доказать: ______________________

Доказательство

____

____

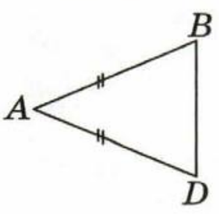
____

____

____

87

Треугольник ABD равнобедренный, $AB = AD$. Постройте точку C, симметричную точке A относительно стороны BD, и докажите, что четырехугольник $ABCD$ — ромб.



Дано: ______________________

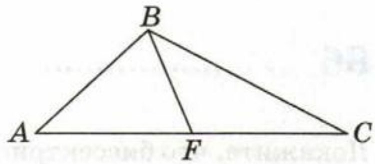
____

Доказать: ______________________

Доказательство

88

В треугольнике ABC точка F является серединой стороны AC. Постройте точку D, симметричную точке B относительно точки F, и докажите, что четырехугольник $ABCD$ — параллелограмм.



Дано:

Доказать:

Доказательство

Глава VI. Площадь

§ 1 Площадь многоугольника

Сформулируйте свойства площади.

1. ____

____

2. ____

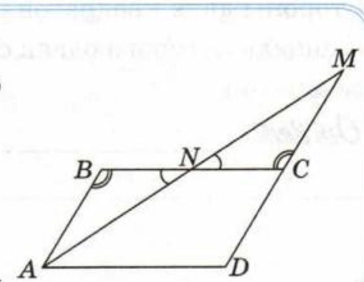
____

3. ____

____

89 (№447 учебника, глава VI, § 1)

Дан параллелограмм $ABCD$. Постройте точку M, симметричную точке D относительно точки C, и соедините точки A и M. Докажите, что $S_{ABCD} = S_{AMD}$.



Дано: $ABCD$ — параллелограмм.
Точка M симметрична точке D относительно точки C.

Доказать: $S_{ABCD} = S_{\Delta AMD}$.

Доказательство

$\angle BNA = \angle CNM$ как вертикальные.
$\angle ABN = \angle MCN$ как накрест лежащие углы при параллельных прямых AB и DM и секущей BC.
$CD = CM$, так как точка M симметрична точке D относительно точки C;
$AB = CD$, как противоположные стороны параллелограмма, следовательно, $CM = AB$.
Отсюда следует, что $\Delta ABN = \Delta MCN$.
$S_{\Delta ABN} = S_{\Delta MCN}$ по первому основному свойству площади.
Четырехугольник $ANCD$ является общей частью параллелограмма $ABCD$ и треугольника AMD.
$S_{ABCD} = S_{\Delta ABN} + S_{ANCD}$ и $S_{\Delta AMD} = S_{\Delta MCN} + S_{ANCD}$. Следовательно, $S_{ABCD} = S_{\Delta AMD}$.

Внимательно посмотрите решение задачи № 89 и используйте аналогичные доказательные рассуждения при решении задачи № 448 (учебник, глава, VI, §1).

90

Как изменится площадь квадрата, сторона которого равна 3 см, если каждую его сторону:

а) увеличить в два раза; *Ответ: площадь квадрата* ______________;
б) увеличить на 2 см; *Ответ: площадь квадрата* ______________;
в) уменьшить в два раза; *Ответ: площадь квадрата* ______________;
г) уменьшить на 2 см? *Ответ: площадь квадрата* ______________.

91

Как изменится сторона квадрата, если его площадь:

а) увеличить в 16 раз; *Ответ: сторона квадрата* ______________;
б) уменьшить в 9 раз? *Ответ: сторона квадрата* ______________.

92

Стороны двух квадратов равны 8 см и 15 см. Найдите сторону квадрата, площадь которого равна сумме площадей данных квадратов. (Дайте развернутый ответ.)

Ответ: ____

____

Запишите формулу площади прямоугольника.

93 (№ 453 учебника, глава VI, §10)

Как изменится площадь прямоугольника, если:

а) каждую его сторону увеличить **в два раза?**

Ответ: площадь прямоугольника ______________;

б) одну пару противолежащих сторон увеличить **в два раза?**

Ответ: площадь прямоугольника ______________;

в) одну пару противолежащих сторон увеличить **в два раза**, а другую уменьшить **в два раза?**

Ответ: *площадь прямоугольника* ______________________ .

94

(№ 457 учебника, глава VI, § 1.) Найдите сторону квадрата, площадь которого равна площади прямоугольника, стороны которого равны 8 см и 18 см. (Дайте развернутый ответ.)

Ответ: ______________________

95

Площадь прямоугольника равна 48 см^2, а стороны относятся как 1 : 3. Найдите площадь квадрата, периметр которого равен периметру данного прямоугольника.

Решение

____

____

____

____

Ответ: S = ______________ см^2.

§ 2 Площадь параллелограмма, треугольника и трапеции

Запишите формулу площади параллелограмма.

96

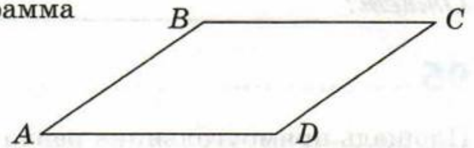
Стороны параллелограмма 4 см и 6 см. Меньшая его высота равна 3 см. Вычислите вторую высоту.

Решение

Ответ: ____________ см.

97

Докажите, что стороны параллелограмма обратно пропорциональны соответствующим высотам.



Дано: ____________

Доказать: ____________

Доказательство

98

1. Постройте параллелограмм с основанием AD, равновеликий данному.
2. Сколько таких параллелограммов существует?

Ответ: ____________.

99

Диагонали прямоугольника, равные $2a$, пересекаются под углом 60°. Определите площадь прямоугольника, если одна из его сторон равна b.

Дано: ____________

Найти: ____________

Решение

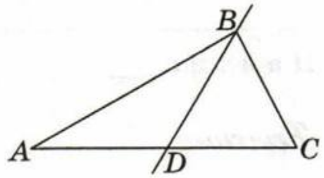
Ответ: ____________________.

Запишите формулу площади треугольника:

Перед решением следующей задачи решите задачу № 473 (учебник, глава VI, §2).

100

В треугольнике ABC через вершину B проведена прямая BD, где D — середина стороны AC. Докажите, что $S_{ABD} = S_{CBD}$.



Дано: ____________________

Доказать: ____________________

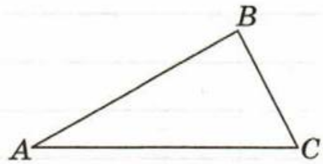
Доказательство

Ответ: ____________________.

Решение задачи № 474 (учебник, глава VI, §2) аналогично решению задачи № 100. Перед решением следующей задачи решите задачу № 475 (учебник, глава VI, §2).

101

Разделите данный треугольник на два треугольника, площади которых относятся как 1 : 2.



Решение

102

Дан прямоугольный треугольник, в котором проведена высота к гипотенузе. Сравните площади прямоугольников, сторонами одного из них являются катеты данного треугольника, а сторонами второго — гипотенуза и проведенный к ней перпендикуляр, равный высоте. (Внесите обозначения на чертеж, сделайте необходимые рисунки, запишите условие и решите задачу.)

Дано:

Найти:

Решение

Ответ: .

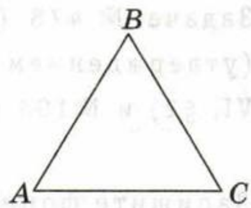
103 (№ 509 учебника, глава VI.)

Докажите, что сумма расстояний от любой внутренней точки равностороннего треугольника до всех его сторон равна высоте треугольника. (Дополните рисунок).

Дано: ______________________

Доказать: ______________________

Доказательство



____

____

____

____

Перед решением следующей задачи решите задачу № 476 (учебник, глава VI, §21).

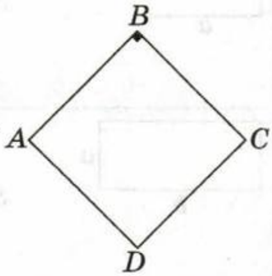
104

Докажите, что площадь квадрата равна половине квадрата его диагонали. (Дополните рисунок.)

Дано: ______________________

Доказать: ______________________

Доказательство



____

____

____

____

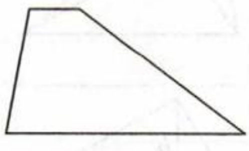
____

____

105

Диагонали трапеции взаимно перпендикулярны и равны 14 см и 8 см. Найдите площадь трапеции. (Дополните рисунок.)

Решение



____

____

____

____

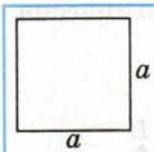
Ответ: S = ______________ см^2.

Задача № 478 (учебник, глава VI, §2) является обобщением (утверждением в общем случае) задач № 476 (учебник, глава VI, §2) и №104 и 105.

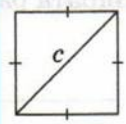
Запишите формулу площади трапеции.

106

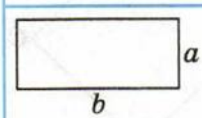
Запишите формулы площадей данных фигур по заданным на рисунках величинам:



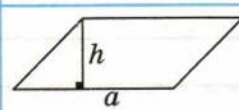
$S =$ ______



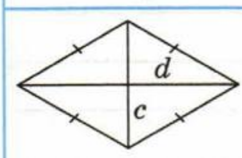
$S =$ ______



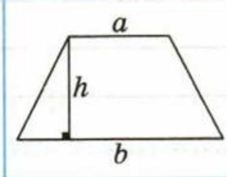
$S =$ ______



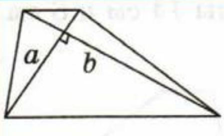
$S =$ ______



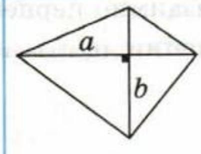
$S =$ ______



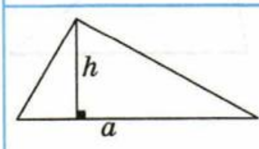
$S =$ ______



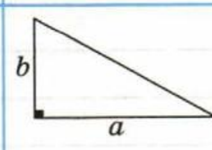
$S =$ ______



$S =$ ______



$S =$ ______



$S =$ ______

107

Найдите площади заштрихованных фигур, используя данные рисунков.

(Внесите обозначения на чертежи.)

1. ***Решение***

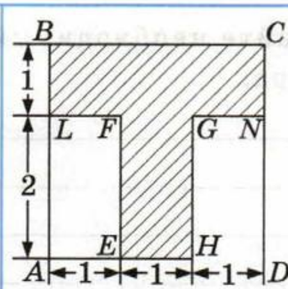
ABCD — квадрат. $S_{ABCD} = 9$ см².

ALFE и *HGND — равные прямоугольники.* $S_{ALFE} = 2$ см².

$S_{EFLBCNGH} = S_{ABCD} - 2S_{ALFE} =$

$= 9$ см² $- 2 \cdot 2$ см² $= 5$ см².

Ответ: $S_{EFLBCNGH} = 5$ см².



2. ***Решение***

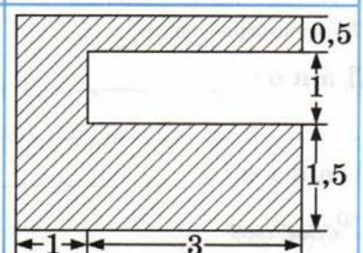
____

____

____

____

Ответ: S______________ = ________ см².



3. ***Решение***

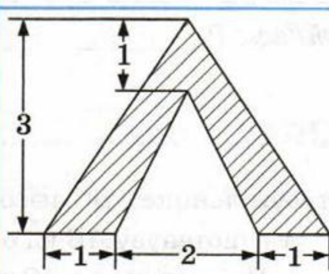
____

____

____

____

Ответ: S______________ = ________ см².



§ 3 Теорема Пифагора

Сделайте необходимый рисунок и сформулируйте теорему Пифагора.

____

____

____

____

108

В прямоугольном треугольнике один из катетов равен 20 см, а гипотенуза больше второго катета на 8 см. Вычислите периметр треугольника. (Дополните рисунок.)

Дано: ______________________________

____

Найти: ______________________________

Решение

____

____

____

Ответ: P __________ = __________ см^2.

109

В треугольнике ABC высота CD, опущенная из вершины прямого угла C, делит гипотенузу AB на отрезки $AD = 9$ см и $DB = 16$ см. Катет BC равен 20 см. Найдите катет AC и высоту CD этого треугольника. (Дополните рисунок.)

Дано: ______________________________

____

Найти: ______________________________

Решение

____

____

____

Ответ: AC = ________ см, CD = __________ см.

При решении следующей задачи полезно воспользоваться свойством прямоугольного треугольника (глава IV, §3 пункт 35, 2°)

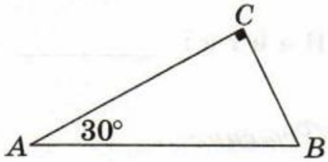
110

В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 20 см. Вычислите катеты треугольника, если один из острых углов равен 30°. (Дополните рисунок.)

Дано: ______________________________

____

Найти: ____________________________



Решение

____

____

____

____

Ответ: ______________________________

111

Найдите отношение диагонали квадрата к его стороне. (Дополните рисунок.)

Дано: ______________________________

____

Найти: ____________________________

Решение

___

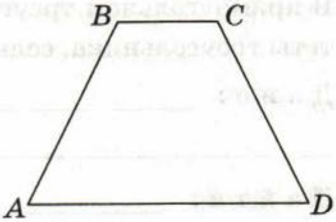
___

___

Ответ: ____________________

112

В равнобедренной трапеции основания равны 30 см и 72 см, боковая сторона — 75 см. Найдите высоту трапеции. (Дополните рисунок.)



Дано: ____________________

____

Найти: ____________________

Решение

___

___

___

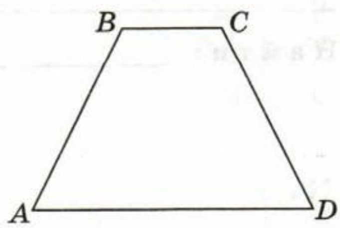
___

___

Ответ: ____________________

113

Основания равнобедренной трапеции равны 22 см и 42 см, боковая сторона — 26 см. Найдите диагонали трапеции. (Дополните рисунок.)



Дано: ____________________

____

Найти: ____________________

Решение

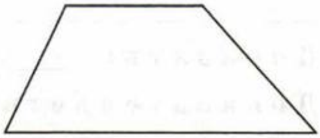
Ответ:

114

Основания трапеции равны 13 см и 53 см, а боковые стороны — 13 см и 37 см. Найдите высоту трапеции. (Дополните рисунок.)

Дано:

Найти:



Решение

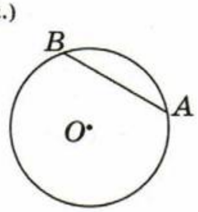
Ответ:

115

В окружности радиуса 17 см проведена хорда, равная 16 см. Найдите расстояние от центра окружности до хорды. (Дополните чертеж.)

Дано:

Найти:



Решение

Ответ:

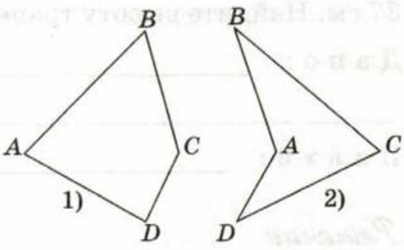
116 (№ 521 учебника, глава VI, § 3.)

Докажите, что если диагонали четырехугольника $ABCD$ взаимно перпендикулярны, то $AB^2 + CD^2 = BC^2 + AD^2$. (Рассмотрите для двух типов четырехугольника.)

Дано:

Доказать:

Доказательство



Глава VII. Подобные треугольники

§ 1 Определение подобных треугольников

Сформулируйте, что называется отношением отрезков, и какие отрезки называются пропорциональными.

Отношением отрезков называется ______________________________

____

Отрезки __________ *называются пропорциональными отрезкам*

____________________, *если* __________________________

117 ....

Найдите отношения отрезков KL и MN, если их длины равны 12 см и 18 см. Определите, как изменится это отношение, если длины отрезков выразить в миллиметрах. (Сделайте необходимый рисунок и дайте развернутый ответ.)

Ответ: ____

____

Сделайте необходимый рисунок и сформулируйте определение подобных треугольников.

Два треугольника называются подобными ____________________

____

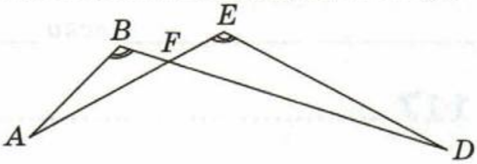
____

Объясните, какие стороны подобных треугольников называются сходственными.

Объясните, что означает запись «$\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$».

118

Треугольники ABF и DEF подобны. Запишите отношение соответствующих сторон.



Ответ: AF : ________ $= FB$: _________ $= AB$: _________

119

Опираясь на определение подобных треугольников, докажите, что равносторонние треугольники подобны.

Доказательство

Сформулируйте определение коэффициента подобия:

Коэффициентом подобия называется ______________________

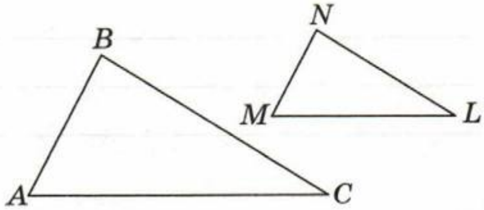
120

Треугольники ABC и MNL подобны и имеют коэффициент подобия 5. A и M, B и N, C и L — вершины соответственных углов данных треугольников. Выразите стороны:

а) треугольника ABC через сходственные стороны треугольника MNL;

б) треугольника MNL через сходственные стороны треугольника ABC.

(Дайте развернутый ответ.)



Решение

а) ______________________________

____

б) ______________________________

____

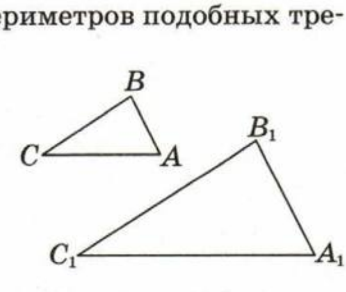
121

Треугольники ABC и DEF подобны. Известно, что $AC = 15$ см. Найдите длину сходственной ей стороны DF, если коэффициент подобия треугольников равен 3. (Решите устно.)

Ответ: DF = ____________ см.

122

(№ 547 учебника.) Докажите, что отношение периметров подобных треугольников равно коэффициенту подобия.



Доказательство

____

____

____

____

Сформулируйте теорему об отношении площадей подобных треугольников.

§ 2 Признаки подобия треугольников

Сделайте необходимые рисунки и сформулируйте признаки подобия треугольников.

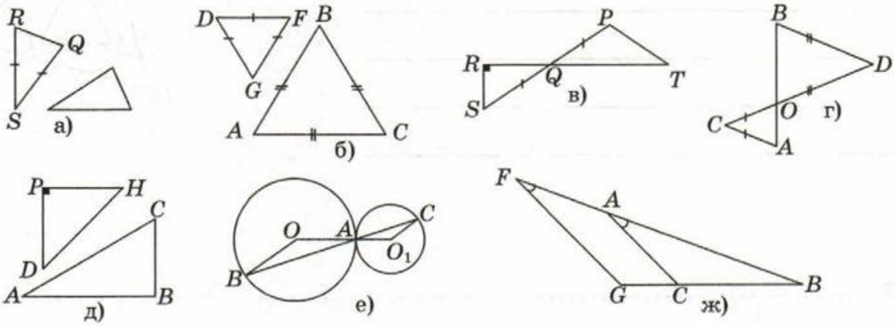
1.

2.

3.

123

Какие из приведенных пар треугольников являются подобными?

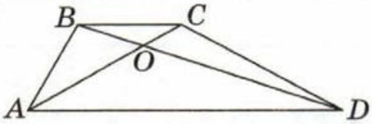


Ответ: а) ________ ; б) ________; в) ________ ; г) ________ ; д) ________ ;

е) ________ ; ж) ________ .

124

В трапеции $ABCD$ проведены диагонали AC и BD. Докажите, что треугольники COB и AOD подобны.



Доказательство

____

____

____

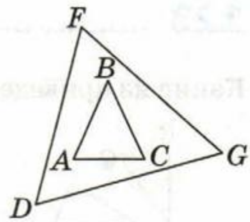
____

В задаче № 119, опираясь на определение подобных треугольников, было доказано, что все равносторонние треугольники подобны. Теперь докажем этот же факт, опираясь на один из признаков равенства треугольников.

125

Треугольники ABC и DFG равносторонние. Докажите, что треугольники ABC и DFG подобны.

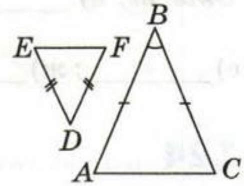
Доказательство



126

В равнобедренных треугольниках ABC ($AB = BC$) и EDF ($ED = DF$) углы при вершинах B и D равны. Докажите, что треугольники ABC и EDF подобны.

Доказательство



127

Определите, подобны ли остроугольные равнобедренные треугольники, если они имеют по равному острому углу. (Дайте развернутый ответ.)

Ответ:

128

Определите, подобны ли тупоугольные равнобедренные треугольники, если у них тупые углы равны. (Дайте развернутый ответ.)

Ответ:

129

Определите, подобны ли равнобедренные треугольники, если угол при вершине одного из них равен 54°, а угол при основании другого — 63°.

(Дайте развернутый ответ.)

Ответ:

130

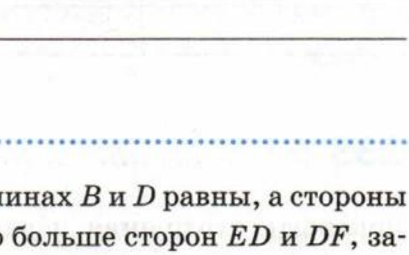
Боковая сторона и основание одного равнобедренного треугольника соответственно равны 34 см и 20 см, а другого — 17 см и 10 см. Определите, подобны ли эти треугольники.

Ответ:

131

В треугольниках ABC и EDF углы при вершинах B и D равны, а стороны AB и BC, заключающие B, соответственно больше сторон ED и DF, заключающие D, в три раза. Определите, подобны ли эти треугольники.

(Дополните чертеж, запишите условие и решите задачу.)



Дано:

Найти:

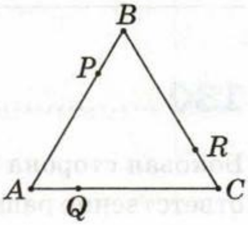
Решение

132

На сторонах равностороннего треугольника ABC отложены отрезки $AP = BR = CQ$. Докажите, что треугольники PRQ и ABC подобны. (Дополните чертеж, запишите условие и решите задачу.)

Дано:

Доказать:



Доказательство

133

Докажите, что прямая, параллельная одной из сторон треугольника, отсекает от него подобный треугольник.

Дано:

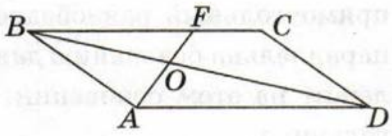
Доказать:

Доказательство

134

В параллелограмме $ABCD$ проведена диагональ BD и отрезок AF. Известно, что $BO = 6$ см, $OD = 18$ см. Определите, какие треугольники подобны, и найдите коэффициент их подобия.

Дано:



Найти:

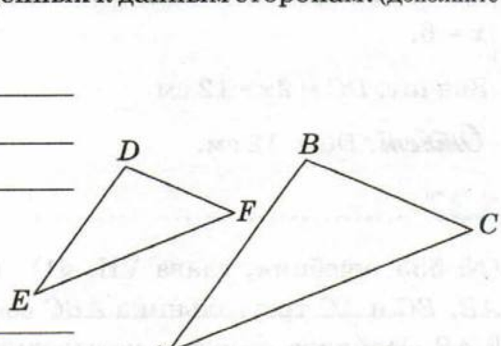
В задаче № 135 доказывается очень важное свойство треугольников. Используйте его при решении задач.

135

Докажите, что в подобных треугольниках отношение сходственных сторон равно отношению медиан, проведенных к данным сторонам. (Дополните чертеж, запишите условие и решите задачу.)

Дано:

Доказать:



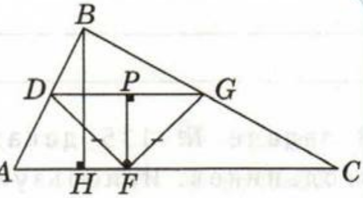
Доказательство

В задачах №135 и 543 (учебник, глава VII, §1) доказываются свойства подобных треугольников, которые в общем случае можно сформулировать так: "В подобных треугольниках отношение сходственных сторон равно отношению соответствующих отрезков (высот, медиан, биссектрис треугольников и т.д.)".

136

В треугольник, у которого основание равно 30 см, а высота 10 см, вписан прямоугольный равнобедренный треугольник так, что его гипотенуза параллельна основанию данного треугольника, а вершина прямого угла лежит на этом основании. Найдите гипотенузу прямоугольного треугольника.

Дано: $\angle DFG = 90^\circ$, $DF = GF$;
$AC = 30$ см; $BH = 10$ см;
$DG \parallel AC$
Найти: DG.



Решение

Так как ΔDFG — прямоугольный равнобедренный, то высота $FP = \frac{1}{2} DG$.

Так как $DG \parallel AC$, то $\Delta DBG \sim \Delta ABC$. Отсюда следует: $\frac{AC}{DG} = \frac{BH}{BH - FP}$.

Обозначим $FP = x$, тогда $DG = 2x$; $\frac{30}{2x} = \frac{10}{10 - x}$; $30 \cdot (10 - x) = 10 \cdot 2x$ отсюда $x = 6$.

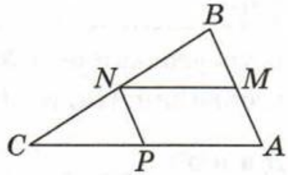
Значит, $DC = 2x = 12$ см.

Ответ: $DG = 12$ см.

137

(№ 555, учебник, глава VII, §1). Точки M, N и P лежат на сторонах AB, BC и AC треугольника ABC соответственно, причем $MN \parallel AC$, $NP \parallel AB$. Найдите стороны четырехугольника $AMNP$, если $AB = 16$ см, $AC = 24$ см, $PN : MN = 2 : 3$.

Дано: ________________________________



Найти: ________________________

Решение

____

____

____

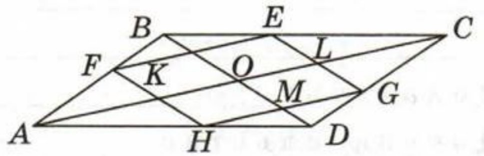
____

Ответ: AM = ______ см, MN = ______ см, PN = ______ см, AP = ______ см.

138*

В параллелограмм вписан ромб так, что его стороны параллельны диагоналям параллелограмма. Найдите сторону ромба, если диагонали параллелограмма равны 12 см и 6 см.

Дано: $ABCD$ — параллелограмм; $EGHF$ — ромб; $GH \parallel AC$ и $GE \parallel BD$; $AC = 12$ см и $BD = 6$ см.



Найти: сторону ромба.

Решение.

Пусть $FE = GH = HF = GE = 2a$. Четырехугольник $GHKL$ — параллелограмм, так как его противоположные стороны параллельны соответствующим диагоналям. Поэтому $KL = HG = 2a$. AO является медианой ΔABD. Из подобия треугольников ABD и AFH следует, что AK — медиана треугольника AFH. Аналогично доказывается, что DM — медиана треугольника DHG. Поэтому $KH = OK = a$. $AK = 6 - a$. Рассмотрим ΔAOD, где O — точка пересечения диагоналей параллелограмма: $AO = 6$ см, $OD = 3$ см. Из подобия треугольников AKH и AOD: $a = 2$. $FE = 2a = 4$ см.

Ответ: $FE = 4$ см.

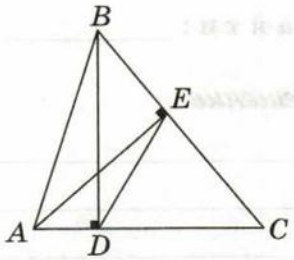
139

В треугольнике ABC проведены высоты AE и BD. Докажите, что треугольники ABC и EDC подобны, если угол C — острый.

Дано: ______________________

____

Доказать: ______________________



Доказательство

____

____

____

Решение задачи №140 аналогично решению задачи №139.

140

В остроугольном треугольнике из всех вершин проведены высоты. Докажите, что треугольники, имеющие общую вершину с данным треугольником, подобны между собой.

Дано: ______________________

____

____

Доказать: ______________________

Доказательство

____

____

____

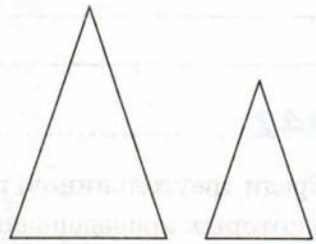
____

Из решения задач №119 и 125 следует важное утверждение: "Все равносторонние треугольники подобны".

В задачах №103, 122 и 127 (рабочая тетрадь для 7-го класса) были даны формулировки и доказательства признаков равенства треугольников для равнобедренных треугольников. Теперь сформулируем признаки подобия равнобедренных треугольников.

141

Докажите, что если угол при основании одного равнобедренного треугольника равен углу при основании другого равнобедренного треугольника, то эти треугольники подобны.



Дано: ______________________________

____

____

Доказать: ______________

Доказательство

____

____

____

Решение задачи № 126 (рабочая тетрадь для 8-го класса) дает признак подобия равнобедренных треугольников: "Если в равнобедренных треугольниках углы при вершинах равны, то треугольники подобны".

Из решения задачи № 132 (рабочая тетрадь для 8-го класса) следует еще один признак подобия равнобедренных треугольников: "Если боковая сторона и основание одного равнобедренного треугольника пропорциональны боковой стороне и основанию другого равнобедренного треугольника, то эти треугольники подобны".

§ 3 Применение подобия к доказательству теорем и решению задач

Сделайте необходимый рисунок и сформулируйте определение средней линии треугольника и теорему о средней линии треугольника.

Средней линией треугольника ____

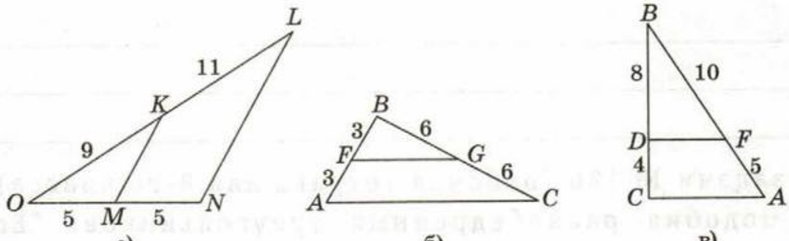
____

____

Средняя линия треугольника

142

Среди треугольников, приведенных на рисунке, найдите треугольники, в которых проведена средняя линия треугольника.



Ответ: а) ; б) ; в) .

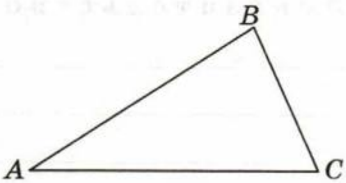
143

В треугольнике QRP проведены средние линии ST и SO. Определите, является ли отрезок OT средней линией данного треугольника. (Дайте развернутый ответ.)

Ответ:

144

Постройте среднюю линию данного треугольника. Сколько средних линий можно построить в данном треугольнике?



Ответ: ______________________________

____

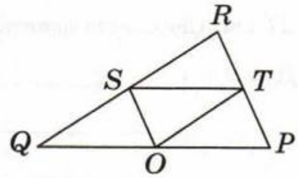
145

В треугольнике QRP проведены средние линии ST, OT и OS. Докажите, что треугольники QSO, SRT, OTP и TOS равны и каждый из них подобен треугольнику QRP.

Дано: ______________________________

Доказать: ______________________________

____



Доказательство

____

____

____

____

____

____

146

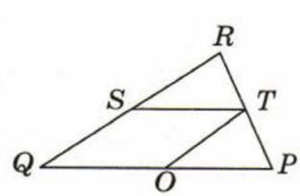
В треугольнике QRP отмечены точки S, T и O, которые являются серединами сторон QR, RP и QP соответственно. Докажите, что $QSTO$ — параллелограмм.

Дано: ______________________________

____

____

Доказать: ______________________________

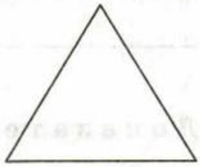


Доказательство

147

В равностороннем треугольнике QRP отмечены точки S, T и O, которые являются серединами сторон QR, RP и QP соответственно. Найдите периметр параллелограмма $QSTO$, если периметр треугольника SRT равен 27 см. (Дополните чертеж, запишите условие и решите задачу.)

Дано:



Найти:

Решение

Ответ:

148

Диагональ квадрата равна 26 см. Найдите периметр четырехугольника, вершинами которого являются середины сторон квадрата.

Дано:

Найти:

Решение

Ответ:

Из решения задач №126, 133 и 141 следуют признаки подобия равнобедренных треугольников. Теперь сформулируем признаки подобия прямоугольных треугольников.

У прямоугольного треугольника один угол прямой. Поэтому первый признак подобия треугольников для прямоугольных треугольников можно сформулировать так: "Если два прямоугольных треугольника имеют равные острые углы, то они подобны".

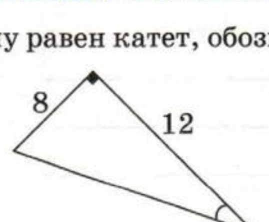
149

Угол одного прямоугольного треугольника равен 30°, а другого 60°. Определите, подобны ли данные треугольники. (Дайте развернутый ответ.)

Ответ:

150

По рисунку определите, чему равен катет, обозначенный буквой x.



Ответ:

Для прямоугольных треугольников можно сформулировать еще один признак подобия:

"Если катеты двух прямоугольных треугольников пропорциональны, то эти треугольники подобны".

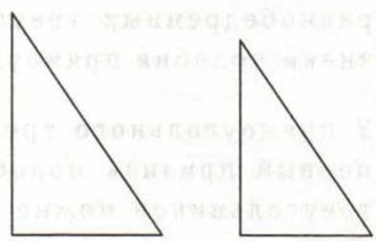
151

Докажите, что два прямоугольных треугольника подобны, если их катеты пропорциональны. (Дополните чертеж, запишите условие и решите задачу.)

Дано: ______________________

____

Доказать: ______________________



Доказательство

____

____

____

____

152

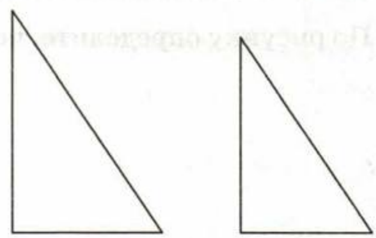
Катет и гипотенуза одного прямоугольного треугольника равны 6 см и 10 см, а катеты другого 9 см и 12 см. Определите, подобны ли данные треугольники. (Дополните чертеж, запишите условие и решите задачу.)

Дано: ______________________

____

____

Найти: ______________________



Решение

____

____

____

Закончите следующие предложения:

Катет прямоугольного треугольника есть ______

Высота прямоугольного треугольника, проведенная из вершины прямого угла, есть ______

§ 4 Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника

Сформулируйте определения синуса, косинуса и тангенса острого угла прямоугольного треугольника:

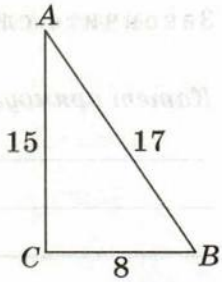
Синусом острого угла прямоугольного треугольника называется ______

Косинусом острого угла прямоугольного треугольника называется ______

Тангенсом острого угла прямоугольного треугольника называется ______

153

Дан прямоугольный треугольник ABC. В ответах на предложенные вопросы выберите и подчеркните правильные.



1. Какое отношение верно?

Ответ: 1. а) $\cos A = \frac{AB}{AC}$; б) $\cos A = \frac{CB}{AB}$;
в) $\cos A = \frac{AC}{AB}$; г) $\cos A = \frac{CB}{AC}$.

2. а) $\sin A = \frac{AB}{AC}$; б) $\sin A = \frac{CB}{AB}$; в) $\sin A = \frac{AC}{AB}$;
г) $\sin A = \frac{CB}{AC}$.

3. а) $\operatorname{tg} A = \frac{AB}{AC}$; б) $\operatorname{tg} A = \frac{CB}{AB}$; в) $\operatorname{tg} A = \frac{AC}{AB}$; г) $\operatorname{tg} A = \frac{CB}{AC}$.

4. Чему равен $\cos B$? *Ответ:* а) $\cos B = \frac{8}{15}$; б) $\cos B = \frac{8}{17}$;
в) $\cos B = \frac{17}{15}$; г) $\cos B = \frac{15}{17}$.

5. Чему равен $\sin B$? *Ответ:* а) $\sin B = \frac{8}{15}$; б) $\sin B = \frac{8}{17}$;
в) $\sin B = \frac{17}{15}$; г) $\sin B = \frac{15}{17}$.

6. Чему равен $\operatorname{tg} B$? *Ответ:* а) $\operatorname{tg} B = \frac{8}{15}$; б) $\operatorname{tg} B = \frac{8}{17}$;
в) $\operatorname{tg} B = \frac{17}{15}$; г) $\operatorname{tg} B = \frac{15}{17}$.

154

В прямоугольном треугольнике катет равен 8 см, а косинус прилежащего угла равен 0,8. Чему равна гипотенуза?

Ответ: ______________________ см.

155

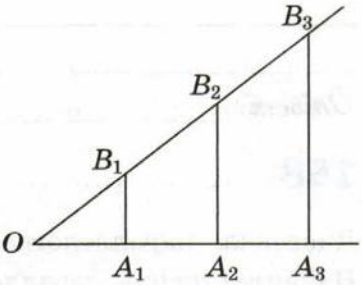
В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 20 см, а синус одного из острых углов равен 0,7. Чему равен катет, противолежащий данному острому углу?

Ответ: ______________________ см.

156

На сторонах угла B_3OA_3 отложены отрезки $OB_1 = B_1B_2 = B_2B_3 = 5$ см. Из точек B_1, B_2 и B_3 опущены перпендикуляры на другую сторону угла, причем $OA_1 = 4$ см.

1. Найдите cos O из ΔA_1OB_1.



Ответ: $\cos O =$ ____________________

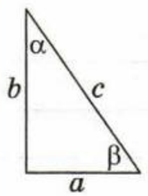
2. Найдите sin O из A_2OB_2.

Ответ: $\sin O =$ ____________________

3. Найдите tg O из A_3OB_3.

Ответ: $\operatorname{tg} O =$ ____________________

Из теоремы Пифагора и определений косинуса, синуса и тангенса острого угла прямоугольного треугольника следуют правила нахождения сторон прямоугольного треугольника.



$c^2 = a^2 + b^2$ $\quad c = \dfrac{a}{\cos\beta}$ $\quad a^2 = c^2 - b^2$ $\quad b^2 = c^2 - a^2$

$c = \dfrac{a}{\sin\alpha}$; $\quad c = \dfrac{b}{\cos\alpha}$ $\quad a = c \cdot \sin\alpha$ $\quad b = c \cdot \sin\beta$

$c = \dfrac{b}{\sin\beta}$; $\quad a = c \cdot \cos\beta$ $\quad b = c \cdot \cos\alpha$

$a = b \cdot \operatorname{tg}\alpha$ $\quad b = a \cdot \operatorname{tg}\beta$

157

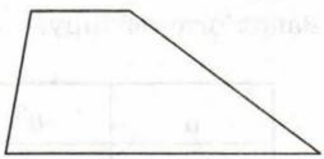
Углы при основании трапеции равны 60° и 30°, высота трапеции равна 6 см. Найдите боковые стороны трапеции. (Дополните чертеж, запишите условие и решите задачу.)

Дано: ____________________

____

____

Найти: ____________________



Решение

____

____

____

____

____

Ответ:

158

Диагональ параллелограмма равна a и перпендикулярна его стороне. Найдите стороны параллелограмма, если один из углов параллелограмма равен 60°. (Решите сначала задачу в общем виде, а затем подставьте значение угла.)

Дано:

Найти:

Решение

Ответ:

159

Заполните таблицу:

α	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin\alpha$					
$\cos\alpha$					
$\operatorname{tg}\alpha$					

Глава VIII. Окружность

§ 1 Касательная к окружности

Сделайте необходимые рисунки, исследуйте взаимное расположение прямой и окружности и сформулируйте полученные выводы. Сформулируйте определения секущей окружности и касательной к окружности.

1. *Если расстояние от центра окружности до прямой меньше радиуса окружности ($d < r$), то* ______________________________

____

____

____

Прямая ______________ *называется* ______________

____

2. Если расстояние от центра окружности до прямой равно радиусу окружности ($d = r$), то ______________________________

____

____

____

Прямая ______________________________

______________ *называется касательной к окружности.*

Точкой касания называется ______________________________

____

3. *Если расстояние от центра окружности до прямой больше радиуса окружности ($d > r$), то* ______________________________

____

____

____

160

Объясните, почему часть секущей, заключенная внутри окружности, больше у той секущей, которая проходит через центр окружности. (Дайте развернутый ответ.)

Ответ: ______________________________

____

____

Сделайте необходимый рисунок и сформулируйте свойство касательной и признак касательной.

Свойство касательной.

Касательная к окружности ______________________________

____

____

Признак касательной.

Если прямая ______________________________

____

____

161

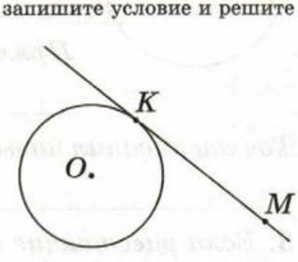
К окружности радиуса 10 см проведена касательная, на которой взята точка M на расстоянии 24 см от точки касания. Найдите расстояние от точки M до центра окружности. (Дополните чертеж, запишите условие и решите задачу.)

Дано: ______________________________

____

____

Найти: ______________________________



Решение

____

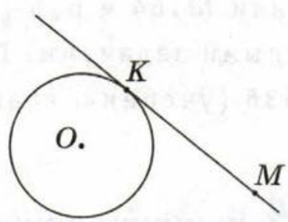
____

Ответ: ______________________

162

Из точки M, отстоящей от центра окружности на расстоянии 29 см, проведена касательная $KM = 21$ см, где K — точка касания. Найдите радиус окружности. (Дополните чертеж, запишите условие и решите задачу.)

Дано: ______________________



Найти: ______________________

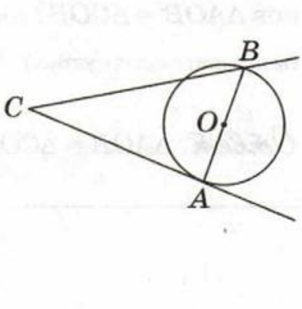
Решение

Ответ: ______________________

163

Из точки C к окружности с центром в точке O проведены касательная CA (A — точка касания) и секущая CB, AB — диаметр, $\angle ACB = 39^\circ$. Определите два других угла ΔCAB.

Дано: ______________________



Найти: ______________________

Решение

___

___

___

___

___

___

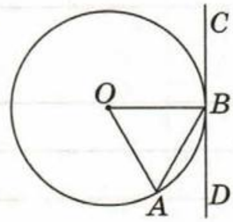
___

Ответ: $\angle ABC =$ ______, $\angle BAC =$ ______

Задачи №164 и 635 (учебник, глава VIII, §1) являются аналогичными задачами. После их решения полезно решить задачу № 636 (учебник, глава VIII, §1).

164

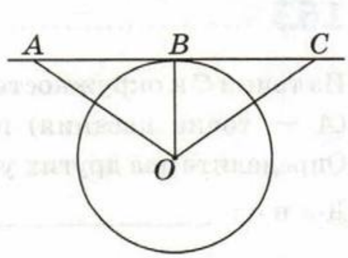
К окружности с центром в точке O проведена касательная DC (B — точка касания), ΔBOA — равносторонний. Определите угол ABD. (Решите устно.)



Ответ: $\angle ABD =$ ______

165

К окружности с центром в точке O, проведена касательная AC (B — точка касания), $AB = CB$. В силу какого признака равенства треугольников $\Delta AOB = \Delta COB$? (Отметьте на чертеже равные элементы и решите задачу устно.)



Ответ: $\Delta AOB = \Delta COB$ по ______

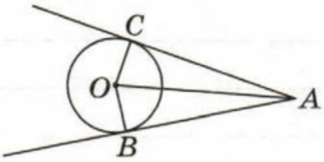
______.

166

Из точки A к окружности с центром в точке O проведены две касательные AC и AB (B и C — точки касания). Докажите, что $AC = AB$ и $\angle OAC = \angle BAO$. (Отметьте на чертеже равные элементы.)

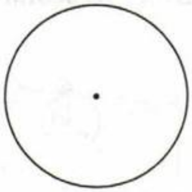
Дано: AC и AB — касательные;
B и C — точки касания.

Доказать: $AC = AB$;
$\angle OAC = \angle BAO$.



Доказательство

Сделайте необходимый рисунок и сформулируйте следствие из свойства касательной.



Отрезки касательных к окружности ______

При решении задачи № 167 воспользуйтесь следствием из свойства касательной.

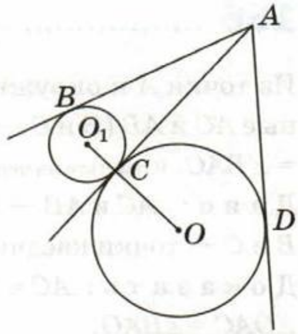
167

Из одной точки A к двум касающимся внешним образом окружностям с центрами в точках O и O_1 проведены три касательные AB, AC и AD, причем AC проходит через точку касания окружностей C. Докажите, что $AB = AC = AD$. (Сделайте дополнительные построения.)

Дано: ______

Доказать: ____________________

Доказательство



____

____

____

____

____

____

____

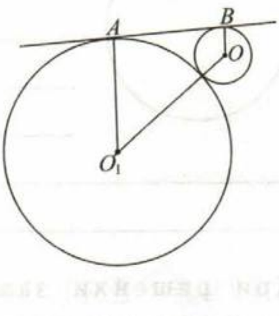
____

____

168

Две окружности, радиусы которых равны 20 см и 5 см, касаются внешним образом и имеют общую касательную AB. Найдите длину отрезка AB. (Дополните чертеж.)

Дано: ____________________



____

____

____

____

Найти: ____________________

Решение

____

____

____

Ответ: ____________________

§ 2 Центральные и вписанные углы

Сделайте необходимый рисунок и сформулируйте определение центрального угла окружности. Объясните, как измеряется дуга окружности:

Центральным углом окружности называется ______________________________

____

Если дуга AB окружности ______________________________________

____

____

____

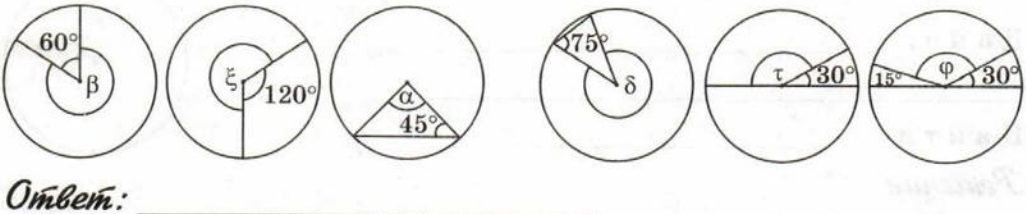
____

____

____

169 ....

Найдите градусную меру центральных углов, обозначенных буквами: α, β, δ, ξ, τ и φ.

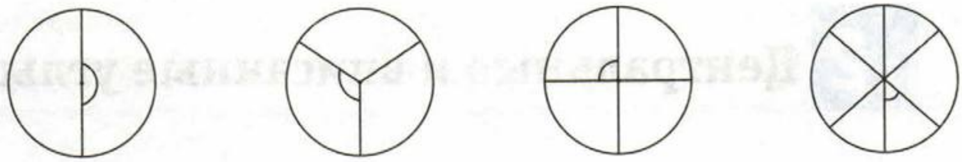


Ответ: ______________________________________

β ______; ζ ______; α ______; δ ______; τ ______; φ ______.

170 ....

Каждая из данных окружностей разделена на равные части. Найдите градусную меру центральных углов, отмеченных на рисунках.



1) 2) 3) 4)

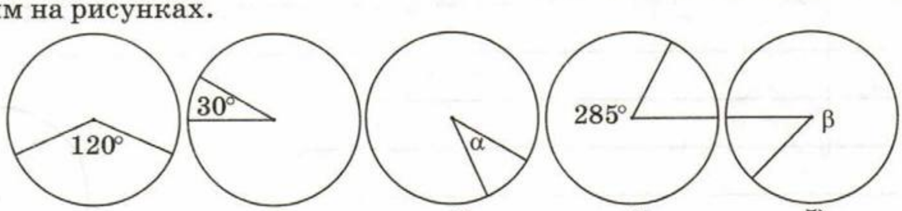
Ответ: ____________________

1)__________; 2)__________;

3)__________; 4)__________.

171

Найдите градусную меру дуг окружностей, соответствующих углам, отмеченным на рисунках.



1) 2) 3) 4) 5)

Ответ: ________________

1)________; 2)________; 3)________; 4)________; 5)________.

172

Окружность разделена на две дуги, причем градусная мера одной из них в три раза больше градусной меры другой. Чему равны соответствующие этим дугам центральные углы? (Дополните чертеж.)

Дано: ______________________________

____

Найти: ______________________________

Решение

____

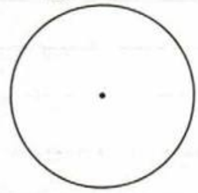
____

____

____

Ответ: ______________________________

Сделайте необходимый рисунок и сформулируйте определение угла, вписанного в окружность, и теорему о вписанном угле.



Угол называется вписанным в окружность, если ______________________

____

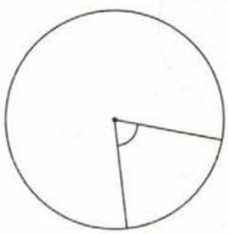
____

Вписанный угол измеряется ______________________________________

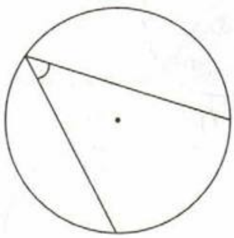
____

____

173



1. Нарисуйте несколько вписанных углов, соответствующих данному на рисунке центральному углу.



2. Нарисуйте центральный угол, соответствующий данному на рисунке вписанному углу.

Сделайте необходимые рисунки и сформулируйте следствия из теоремы о вписанном угле.

Следствие 1.

Вписанные углы, ____

____

Следствие 2.

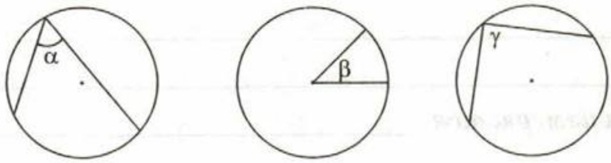
Вписанный угол, ____

____

____

174

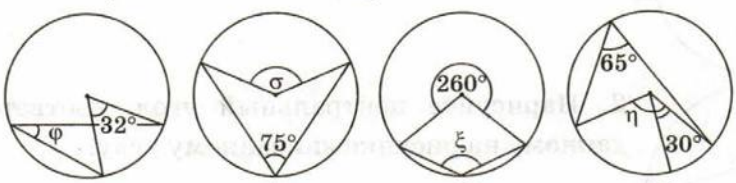
В соответствующей окружности нарисуйте угол, равный: 1) 2α; 2) $\frac{1}{2}\beta$; 3) γ.



175

Найдите градусную меру углов, обозначенных буквами: α, β, η, σ, τ, ξ и φ.

1) 2) 3)



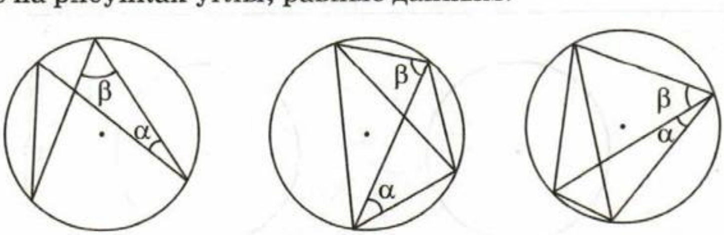
4) 5) 6) 7)

Ответ: ____________________

1) ______; 2) ______; 3) ______; 4) ______; 5) ______; 6) ______; 7) ______.

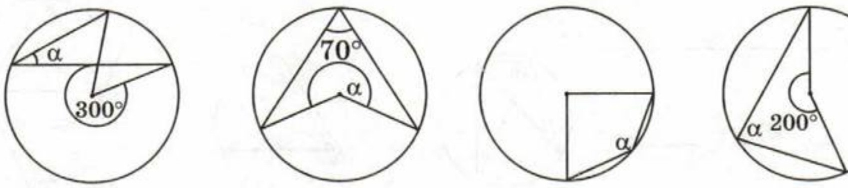
176

Отметьте на рисунках углы, равные данным.



177

Найдите градусную меру углов, обозначенных буквой α.



1) 2) 3) 4)

Ответ: ______________

1) $\alpha =$ ______; 2) $\alpha =$ ______; 3) $\alpha =$ ______; 4) $\alpha =$ ______.

178

Вписанный угол на 25° меньше центрального, опирающегося на ту же дугу. Найдите градусную меру этих углов. (Дополните чертеж.)

Дано: ______________________________

Найти: ______________________________

Решение

____

____

____

Ответ: ______________________________

179

Найдите градусную меру углов, обозначенных буквой β.

1) 2) 3)

Ответ: ______________

1) $\beta =$ ______; 2) $\beta =$ ______; 3) $\beta =$ ______.

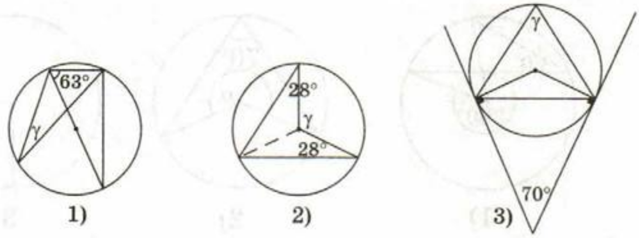
180

Найдите градусную меру углов, обозначенных буквой γ.

Ответ: ____________

1) $\gamma =$ _____; 2) $\gamma =$ _____;

3) $\gamma =$ _____.

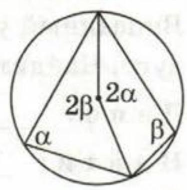


181

1. Вершины четырехугольника лежат на окружности. Запишите правые части равенств:

$2\alpha + 2\beta =$

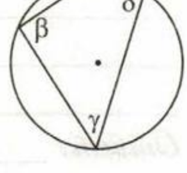
$\alpha + \beta =$



2. Вершины четырехугольника лежат на окружности. Запишите правые части равенств:

$\alpha + \gamma =$

$\beta + \delta =$



182

Прямые m и n пересекаются под углом 30°, в некоторой точке C плоскости. Как определить, является ли $\angle ACB$ вписанным в окружность, часть которой представлена на рисунке, а остальная часть недоступна? (Дайте развернутый ответ.)

Ответ: ______________________________________

____

____

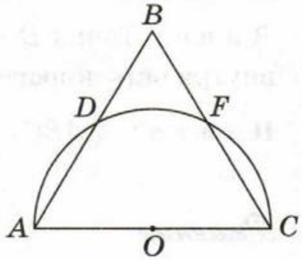
____

____

____

183

На диаметре окружности AC построен равносторонний треугольник ABC, стороны которого делят полуокружность на три дуги. Определите градусную меру дуги DF.



Дано: ______________________________

____

Найти: ______________________________

Решение

____

____

____

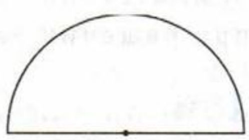
____

____

Ответ: ______________________________

184

Из точки полуокружности проведены к концам диаметра две хорды. Одна из них равна 17 см и образует с диаметром угол, равный 45°. Найдите длину второй хорды. (Дополните чертеж.)



Дано: ______________________________

____

Найти: ______________________________

Решение

____

____

____

____

____

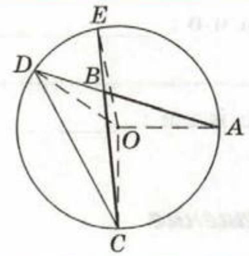
Ответ: ______________________________

185

Докажите, что градусная мера угла, вершина которого лежит внутри окружности, равна полусумме градусных мер дуг, из которых одна заключена между его сторонами, а другая между продолжениями сторон.

Дано: Точка B лежит внутри окружности.

Найти: $\angle ABC$



Решение

Проведем хорду DC. Рассмотрим $\angle DBC$. $\angle ABC$ является внешним углом ΔDBC при вершине B. В силу теоремы о внешнем угле треугольника $\angle ABC = \angle BDC + \angle BCD$. Углы BDC и BCD, как вписанные, равны половинам соответствующих центральных углов, то есть $\angle ABC = \frac{1}{2}\angle AOC + \frac{1}{2}\angle DOE$. В свою очередь градусная мера дуги AC равна градусной мере $\angle AOC$, а градусная мера дуги DE равна градусной мере $\angle EOD$. Следовательно, градусная мера $\angle ABC$ равна полусумме градусных мер дуг, из которых одна заключена между его сторонами, а другая между продолжениями сторон.

Ответ: $\angle ABC = \frac{1}{2}\angle AOC + \frac{1}{2}\angle DOE$

Внимательно посмотрите решение задачи № 185, это поможет при решении задач № 186–188.

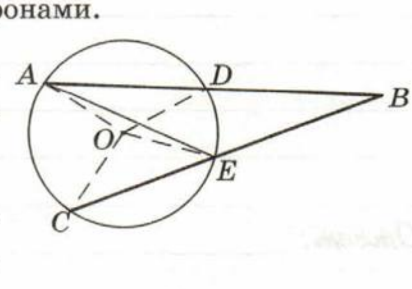
186

Докажите, что градусная мера угла, вершина которого лежит вне окружности, а стороны пересекают окружность, равна полуразности градусных мер дуг, заключенных между его сторонами.

Дано: ______________________

Найти: ______________________

Решение



____

____

187

Докажите, что градусная мера угла, образованного касательной и хордой, равна половине градусной меры дуги, заключенной внутри него. (Дополните чертеж.)

Дано: ______________________

____

Доказать: ______________________

Доказательство:

188

Докажите, что градусная мера угла, образованного двумя касательными, проведенными из одной точки к окружности, равна полуразности градусных мер дуг, заключенных между точками касания. (Дополните чертеж.)

Дано: ______________________

____

Доказать: ______________________

Доказательство:

189

Угол, образованный двумя касательными, проведенными из одной точки к окружности, равен 42°. Найдите градусную меру дуг, заключенных между точками касания. (Дайте развернутый ответ.)

Ответ: ______

§ 3 Четыре замечательные точки треугольника

Сделайте необходимый рисунок и сформулируйте теорему о биссектрисе угла и следствие из нее.

Прямая теорема.

Обратная теорема.

Следствие из теоремы о биссектрисе угла.

Сделайте необходимый рисунок и сформулируйте теорему о серединном перпендикуляре и следствие из нее.

Прямая теорема.

Обратная теорема.

Следствие из теоремы о серединном перпендикуляре.

190

Определите, может ли вершина треугольника быть точкой пересечения высот данного треугольника. (Дайте развернутый ответ.)

Ответ:

191

Определите, как расположена точка пересечения серединных перпендикуляров для:

1) произвольного треугольника. (Дайте развернутый ответ.)

Ответ:

2) тупоугольного треугольника. (Дайте развернутый ответ.)

Ответ:

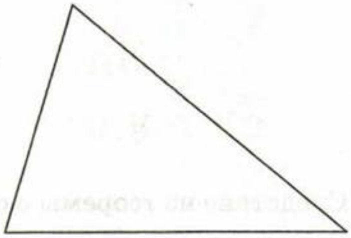
3) прямоугольного треугольника. (Дайте развернутый ответ.)

Ответ:

192

Определите вид треугольника и найдите его углы, если его стороны из точки пересечения серединных перпендикуляров видны под углами

110°, 130° и 120° (Дополните чертеж.)



Дано: ______________________

____

____

Найти: ______________________

Решение

____

____

____

____

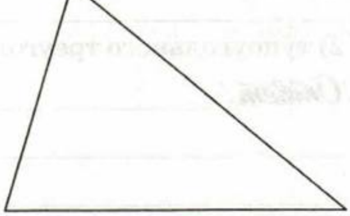
____

____

Ответ: ______________________

193

В треугольнике соединены середины его сторон. Докажите, что точка пересечения медиан полученного треугольника совпадает с точкой пересечения медиан исходного треугольника.



Дано: ______________________

____

Доказать: ______________________

Доказательство

____

____

____

____

____

____

§ 4 Вписанная и описанная окружности

Сделайте необходимый рисунок и сформулируйте определение окружности, вписанной в многоугольник.

Окружность называется вписанной в треугольник, если ______________________________

Многоугольник называется ______________________________

Сформулируйте теорему об окружности, вписанной в треугольник ______________________________

Сколько окружностей можно вписать в треугольник?

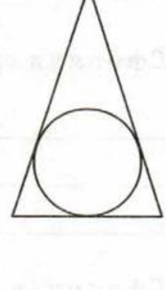
Ответ: ____________________

194

Докажите, что центр окружности, вписанной в равнобедренный треугольник, лежит на высоте, проведенной к его основанию. (Сделайте дополнительные построения.)

Дано: ____________________

Доказать: ____________________



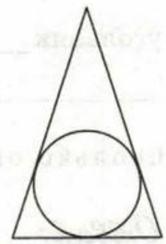
Доказательство

____

Решение задачи №194 поможет при решении задач № 689, 690 (учебник глава, VIII, §4). При решении задач № 195 и 691(учебник, глава VIII, §4) полезно воспользоваться результатом, доказанным в задаче №166.

195

В равнобедренный треугольник, у которого боковая сторона равна 10 см, а основание 6 см, вписана окружность. Определите расстояние между точками касания, находящимися на боковых сторонах треугольника. (Дополните чертеж.)



Дано:

Найти:

Решение

Ответ:

Сформулируйте свойство описанного четырехугольника.

Сформулируйте признак описанного четырехугольника.

196

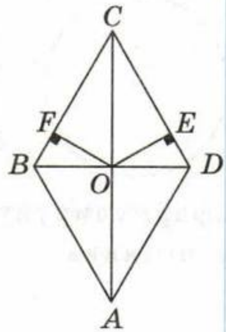
Радиус окружности, вписанной в квадрат, равен 1 см. Найдите диагональ квадрата. (Решите устно.)

Ответ: ______________________

197 (№ 700 учебника).

Докажите, что в ромб можно вписать окружность.

Дано: $ABCD$ — ромб.
O — точка пересечения диагоналей ромба.
Доказать: O — центр вписанной окружности.
Доказательство



Треугольники ABO, ADO, CBO и CDO, как прямоугольные треугольники, так как $ABCD$ — ромб, равны по гипотенузе и катету. Следовательно, и высоты, проведенные из вершин прямых углов, равны. Значит, основания высот лежат на окружности с центром O. Так как высоты, проведенные из вершин прямых углов, перпендикулярны сторонам ромба, то окружность с центром O — точкой пересечения диагоналей ромба и радиусом, равным расстоянию от точки O до сторон ромба, касается сторон ромба. Значит, в ромб можно вписать окружность.

198

Около окружности описана равнобедренная трапеция, у которой боковая сторона точкой касания делится на отрезки 4 см и 9 см. Найдите площадь трапеции.

Дано: ______________________

____

Найти: ______________________

Решение

Ответ: S = ______________ $см^2$.

Сделайте необходимый рисунок и сформулируйте определение окружности, описанной около многоугольника.

Окружность называется описанной около треугольника, если ______________

Многоугольник называется ______________

Сформулируйте теорему об окружности, описанной около треугольника.

Сколько окружностей можно описать около треугольника?

Ответ: ______________

199

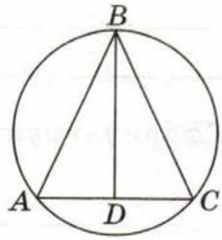
Докажите, что центр окружности, описанной около равнобедренного треугольника, лежит на медиане, проведенной к основанию. (Сделайте дополнительные построения.)

Дано: ΔABC — равнобедренный;

BD — медиана.

Доказать: $O \in BD$.

Доказательство



200

Объясните, как расположен центр описанной около треугольника окружности, если его углы относятся: (Дайте развернутый ответ.)

1) как 1 : 2 : 3; *Ответ:*

2) как 3 : 4 : 5; *Ответ:*

3) как 1 : 1 : 4. *Ответ:*

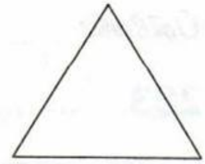
Решение задачи № 201 будет полезно при решении задачи № 706 из учебника.

201

Докажите, что в равностороннем треугольнике высота треугольника равна трем радиусам вписанной окружности.

Дано:

Доказать:



Доказательство

Сформулируйте свойство вписанного четырехугольника.

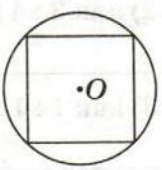
Сформулируйте признак вписанного четырехугольника.

202

Радиус окружности, описанной около квадрата, равен 3 см. Определите сторону квадрата. (Дополните чертеж.)

Дано:

Найти:



Решение

Ответ:

203

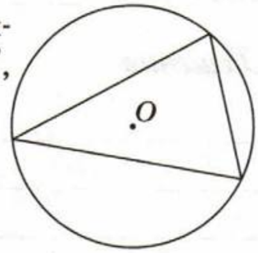
Сторона квадрата равна 7 см. Определите диаметр окружности, описанной около квадрата. (Решите устно.)

Ответ: см.

Решение задачи № 192 будет полезно при решении задачи № 204.

204

Найдите углы треугольника, если из центра описанной окружности его стороны видны под углами 100°, 120° и 140°. (Дополните чертеж.)



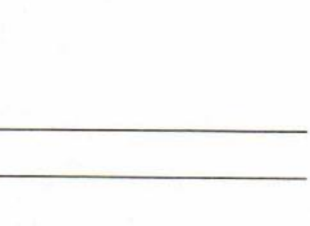
Решение

Ответ: ______________ см.

Перед решением задачи № 205 внимательно посмотрите решение задачи № 166.

205

Два угла треугольника равны 80° и 70°. Под каким углом видна каждая его сторона из центра вписанной в него окружности? (Дополните чертеж.)



Решение

Ответ: ______________

206

Определите вид треугольника, если центр вписанной в него окружности совпадает с центром описанной около него окружности.

Дано: ______________________

____

____

Найти: ______________________

Решение

____

____

____

____

____

Ответ: ______________ см.

Глава IX. Векторы

§ 1 Понятие вектора

Сделайте необходимые рисунки и сформулируйте определения вектора, нулевого вектора, длин вектора.

Вектором или ______________________

называется ______________________

____

____

____

____

____

______________________________.

Такой вектор называется нулевым.

Длиной вектора или ______________________

называется ______________________

____

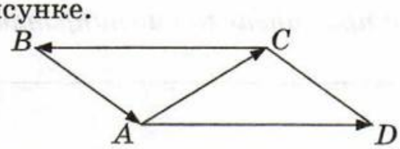
____

Длина вектора $\overline{AB}$ обозначается ________

____

207

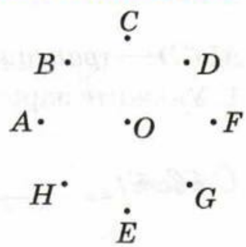
Запишите все векторы, изображенные на рисунке.



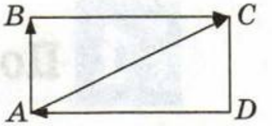
Ответ: ______________________

208

Изобразите векторы $\overline{AC}$, $\overline{AG}$, $\overline{HD}$ и $\overline{OF}$.



209



В прямоугольнике $ABCD$ стороны AB и AD равны 8 см и 15 см соответственно. Чему равны длины векторов $\overline{DA}$, $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ и $\overline{BC}$?

Ответ: $|\overline{DA}|=$ ____ ; $|\overline{AB}|=$ ____ ; $|\overline{AC}|=$ ____ ; $|\overline{BC}|=$ ____ .

Сделайте необходимые рисунки и сформулируйте определения сонаправленных и противоположно направленных векторов:

Ненулевым вектором называется ____________________

Нулевой вектор ____________________

Векторы называются сонаправленными, если ____________________ *в противном случае они называются* ____________________

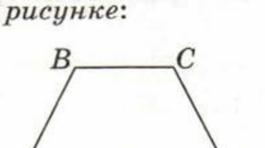
Сонаправленность векторов $\overline{a}$ *и* $\overline{b}$ *обозначается,* ____________________

а противоположно направленные векторы $\overline{a}$ *и* $\overline{b}$ *обозначается* ____________________

210

ABCD — трапеция. Используя обозначения, данные на рисунке:

1. Укажите пары сонаправленных векторов.



Ответ: ____________________

2. Укажите пары противоположно направленных векторов.

Ответ: ______________________

3. Являются ли векторы $\overline{AB}$ и $\overline{DC}$ сонаправленными? (Дайте развернутый ответ.)

Ответ: ______________________

Сформулируйте определение равных векторов:

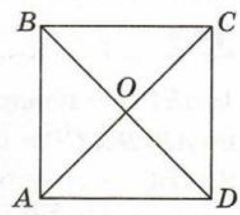
Два вектора называются равными, если ______________________

____

____

211

$ABCD$ — квадрат. По рисунку дайте развернутые ответы на следующие вопросы:



1. Почему в каждой из пар $\overline{AB}$ и $\overline{DC}$, $\overline{BC}$ и $\overline{AD}$, $\overline{BO}$ и $\overline{OD}$ векторы равны?

Ответ: ______________________

2. Модули векторов $\overline{AB}$ и $\overline{DC}$ равны. Почему векторы $\overline{AB}$ и $\overline{CD}$ не равны?

Ответ: ______________________

3. Почему в каждой из пар $\overline{AB}$ и $\overline{AD}$, $\overline{BO}$ и $\overline{OC}$ векторы не равны?

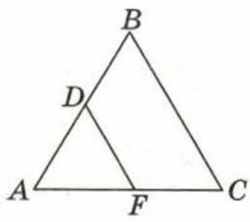
Ответ: ______________________

4. Почему векторы $\overline{BO}$ и $\overline{BD}$ не равны?

Ответ: ______________________

212

В равностороннем треугольнике ABC, сторона которого равна 6 см, проведена средняя линия DF. На вопросы дайте развернутые ответы.



1. Докажите, что векторы $\overline{BC}$ и $\overline{DF}$ сонаправлены.

Ответ: ______________________

____

____

2. Докажите, что векторы $\overline{BC}$ и $\overline{FD}$ противоположно направлены.

Ответ: ____

____

3. Докажите, что векторы $\overline{AD}$ и $\overline{DB}$ равны.

Ответ: ____

____

4. Чему равны абсолютные величины векторов $\overline{DA}$, $\overline{AB}$, $\overline{DF}$, $\overline{AC}$ и $\overline{BC}$?

Ответ: $|\overline{DF}| =$ ______ ; $|\overline{DA}| =$ ______ ; $|\overline{AB}| =$ ______ ; $|\overline{AC}| =$ ______ ; $|\overline{BC}| =$ ______ ;

Сформулируйте свойство откладывания векторов.

От любой точки можно отложить ______________________________

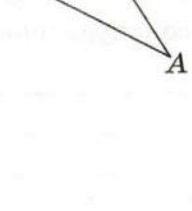
213

1. $ABCD$ — квадрат. От точки G отложите векторы, равные соответственно $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ и $\overline{DA}$.

2. ABC — треугольник. От точки B отложите векторы, равные соответственно $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{AC}$, и $\overline{CA}$.

1.

2.



§ 2 Сложение и вычитание векторов

Сформулируйте законы сложения векторов:

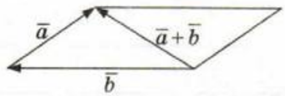
Для любых векторов $\overline{a}$, $\overline{b}$ и $\overline{c}$ справедливы равенства:

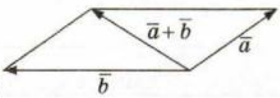
1°. ____

2°. ____

214

Какой из рисунков соответствует:

1) 

2) 

1.Правилу параллелограмма сложения векторов? *Ответ: Рисунок*___

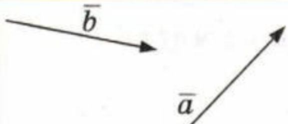
2. Правилу треугольника сложения векторов? *Ответ: Рисунок*___

215

1. Постройте сумму векторов $\overline{a}$ и $\overline{b}$ по правилу параллелограмма сложения векторов.

2. Постройте сумму векторов $\overline{a}$ и $\overline{b}$ по правилу треугольника сложения векторов.

3. Постройте разность векторов $\overline{a}$ и $\overline{b}$.

	1.
2.	3.

§ 3 Умножение вектора на число. Применение векторов к решению задач

Сформулируйте определение произведения вектора на число.

Произведением ненулевого вектора $\overline{a}$ на число k называется ______________________________

____

____

Сформулируйте следствия из определения произведения вектора на число.

Произведение ненулевого вектора $\overline{a}$ на число нуль ______________________________

____

____

Для любого числа k и любого вектора $\overline{a}$ ______________________________

____

Сформулируйте свойства умножение вектора на число.

Для любых чисел k и l и любых векторов $\overline{a}$ и $\overline{b}$ справедливы равенства:

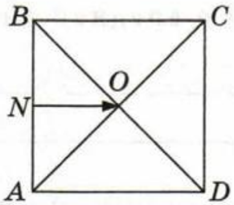
1°. ______________________________

2°. ______________________________

3°. ______________________________

216

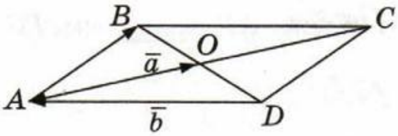
Вектор $\overline{NO} = \overline{a}$. В квадрате $ABCD$ выразите векторы $\overline{BC}, \overline{CB}$, $\overline{AD}$ и $\overline{DA}$ через вектор $\overline{a}$.



Ответ: $\overline{BC}$ = ________; $\overline{CB}$ = ________; $\overline{AD}$ = ________; $\overline{DA}$ = ________.

217

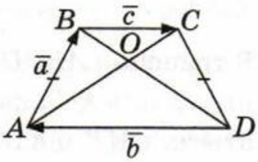
Векторы $\overline{AO}=\overline{a}$ и $\overline{DA}=\overline{b}$. В параллелограмме $ABCD$ выразите векторы $\overline{CD}$ и $\overline{BD}$ через векторы $\overline{a}$ и $\overline{b}$.



Ответ: $\overline{CD}$ = ________; $\overline{BD}$ = ________.

218

Векторы $\overline{AB}=\overline{a}$, $\overline{BC}=\overline{c}$ и $\overline{DA}=\overline{b}$. В трапеции $ABCD$ выразите векторы $\overline{CD}$, $\overline{AC}$ и $\overline{BD}$ через векторы $\overline{a}$, $\overline{b}$ и $\overline{c}$.



Дано: ________________________________

____

Найти: ________________________________

Решение

____

____

____

____

____

____

Ответ: $\overline{CD}$ = ________; $\overline{AC}$ = ________; $\overline{BD}$ = ________.

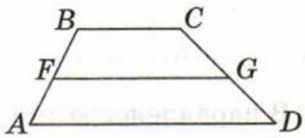
Сформулируйте теорему о средней линии трапеции:

____

____

219

В трапеции $ABCD$ стороны равны: $AB = 8$ см, $BC = 13$ см, $CD = 10$ см, $AD = 19$ см. FG — средняя линия трапеции. Найдите стороны трапеции $AFGD$.



Ответ: $AF =$ ______ см, $FG =$ ______ см, $GD =$ ______ см, $AD =$ ______ см.

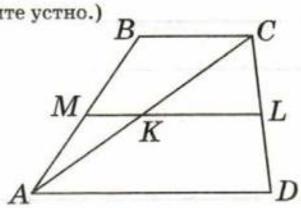
220

В трапеции, одно из оснований которой равно 5 см, проведена средняя линия, длина которой равна 6 см. Чему равно другое основание трапеции? (Решите устно.)

Ответ: ________________ см.

221

В трапеции $ABCD$ с основаниями $AD = 12$ см и $BC = 8$ см проведена средняя линия ML, которая пересекает диагональ AC в точке K. Чему равны отрезки MK и KL? (Решите устно.)



Ответ: $MK =$ ______ см, $KL =$ ______ см.

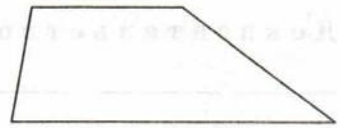
222

Диагонали трапеции $ABCD$ пересекают среднюю линию RP в точках M и N. Докажите, что $RM = NP$.

Дано: ________________________________

____

Найти: ______________________



Доказательство

____

____

____

____

____

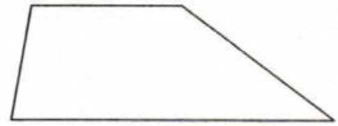
223

Диагонали трапеции делят ее среднюю линию на три равные части. Определите, как относятся основания этой трапеции.

Дано: ______________________

____

Найти: ______________________



Решение

____

____

____

____

____

Ответ: ______________________

224

Докажите, что отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции, параллелен основаниям трапеции и равен полуразности оснований.

Дано: ______________________

____

Доказать: ______________________

____

Доказательство

Учебное издание

Мищенко Татьяна Михайловна

РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ ПО ГЕОМЕТРИИ

8 класс

К учебнику Л. С. Атанасяна и др. «Геометрия. 7–9 классы»

Издательство ***«ЭКЗАМЕН»***

Гигиенический сертификат
№ РОСС RU. АЕ51. Н 16678 от 20.05.2015 г.

Главный редактор *Л. Д. Лаппо*
Редактор *И. М. Бокова*
Художественный редактор *Л. В. Демьянова*
Корректоры *Г. Б. Абудеева, И. Д. Баринская*
Дизайн обложки *А. Ю. Беляева*
Компьютерная верстка *О. Н. Савина*

107045, Москва, Луков пер., д. 8.
www.examen.biz
E-mail: по общим вопросам: info@examen.biz;
по вопросам реализации: sale@examen.biz
тел./факс 8(495)641-00-30 (многоканальный)

Общероссийский классификатор продукции
ОК 005-93, том 2; 953005 — книги, брошюры, литература учебная

Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами
в ООО «ИПК Парето-Принт», 170546, Тверская область,
Промышленная зона Боровлево-1, комплекс № 3А,
www.pareto-print.ru.